

Л.О. Дорошкевич, С.Б. Максимович, Б.Ю. Максимович*
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра будівельних конструкцій та мостів,
*кафедра транспортних технологій

РОЗРАХУНОК ПОХИЛИХ ПЕРЕРІЗІВ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ПЛИТ БЕЗБАЛОЧНИХ БЕЗКАПІТЕЛЬНИХ ПЕРЕКРИТЬ

© Дорошкевич Л.О., Максимович С.Б., Максимович Б.Ю., 2008

Розглядається практичний метод розрахунку поперечної арматури у плитах безбалочних безкапітельних перекриттів. Продавлювання потрактовано як опір плити руйнуванню за похилими перерізами, а не як зріз за умовною поверхнею зрізаної піраміди.

A practical method of designing transverse reinforcement in mushroom slab constructions without capitals is considered. Punching shear is viewed not as shear along the conditional surface of the truncated pyramid, but as crack strength of the slab along the cross-section.

Вступ. Вперше проблема продавлювання виникла при розрахунку міцності фундаментів та безбалочних капітельних перекриттів. Висота фундаментів, товщина плит і капітелей визначалася за умови міцності бетону на продавлювання навколо колони і оцінювалася міцністю бетону на розтяг. Вважалося, що продавлювання проходить по поверхні зрізаної піраміди, бічні грані якої нахилені під кутом 45° до поверхні плити.

У будівництві монолітні безбалочні безкапітельні перекриття почали застосовувати у 50-ті роки минулого століття. З появою таких конструкцій першочерговим завданням було забезпечення міцності плити у місці проходження колони. У трактовці фізичного явища продавлювання виникли розбіжності. Одні дотримуються старої концепції, за якою продавлювання трактувалося як зріз бетону за умовною поверхнею (англ. “punching shear”), інші стверджують, що руйнування плит проходить по похилих перерізах навколо колони і викликано воно згином, як у балках (“flexural punching”).

Аналіз досліджень. Вже у Кодексі-зразку ЕКБ-ФІП 1978р. у рекомендаціях до міжнародних норм із залізобетонних конструкцій [1] розрахунок на продавлювання винесено у окремий 13-й розділ, а розрахунок плити без поперечної арматури на продавлювання рекомендувалося виконувати за тими самими формулами, що і розрахунок лінійних елементів на дію поперечної сили при згині. У подальших рекомендаціях до міжнародних норм ЕС2 дещо коригувалися розрахункові моделі, але концепція згину залишилася незмінною. На рис.1 подано еволюцію розрахункових моделей на продавлювання у ЕС2, починаючи від [1] до останніх рекомендацій [2].

Підтвердженням справедливості рекомендацій ЕС2 можуть бути моделі руйнування, подані у працях Т. Годицького, В. Ділгера, А. Гхалі [3] і А. Айдукевича, Ш. Давчинського [4], які показані на рис.2 і 3. На цих рисунках чітко видно, що характер руйнування плит при продавлюванні є подібним до руйнування лінійних елементів по похилих перерізах.

Похилі тріщини у плитах, як і у балках виникають на розтягнутій грані і розвиваються у напрямку стиснутої зони. Бетон стиснутої зони при руйнуванні балок по похилих перерізах не “зрізається”, як це вважалося раніше, а роздавлюється від дії стискаючих напружень, які у момент руйнування досягають міцності бетону на стиск (R_b). Похилі тріщини у плитах свого максимального розкриття досягають на розтягнутій грані, на рівні розтягнутої арматури і з наближенням до стиснутої зони поступово загасають. Такий характер утворення і розвитку похилих тріщин та руйнування ніяк не в’яжеться з поняттям фізичного явища продавлювання.

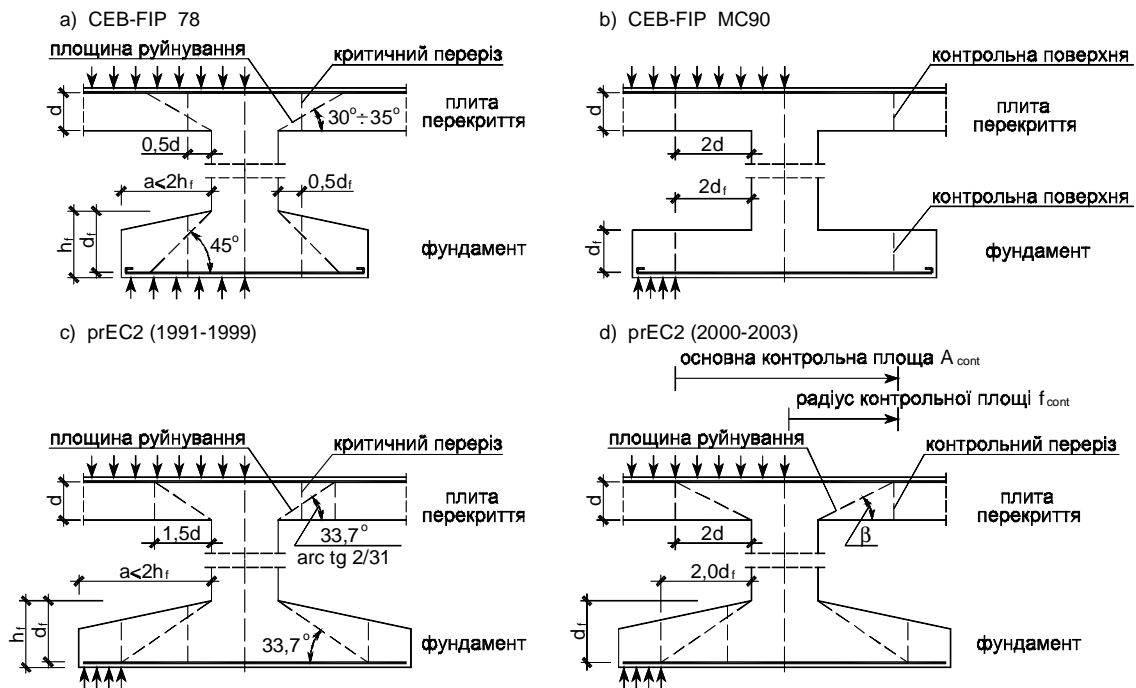


Рис. 1. Еволюція розрахункових моделей на продавлювання за [4]

При руйнуванні плит по похилих перерізах можна сподіватися, що напруження в основній поздовжній арматурі (в основі похилої тріщини) не досягають границі текучості; тобто міцність поздовжньої арматури не використовується повністю. Щоб повніше використати міцність розтягнутої арматури, необхідно попередити передчасне руйнування плити по похилому перерізу. При заданій міцності бетону цього можна досягти двома шляхами – збільшенням висоти плити (зменшенням коефіцієнта поздовжнього армування) або у місцях виникнення похилих тріщин поставити арматуру у вигляді вертикальних чи похилих стрижнів, подібно як у лінійних згинаних елементах.

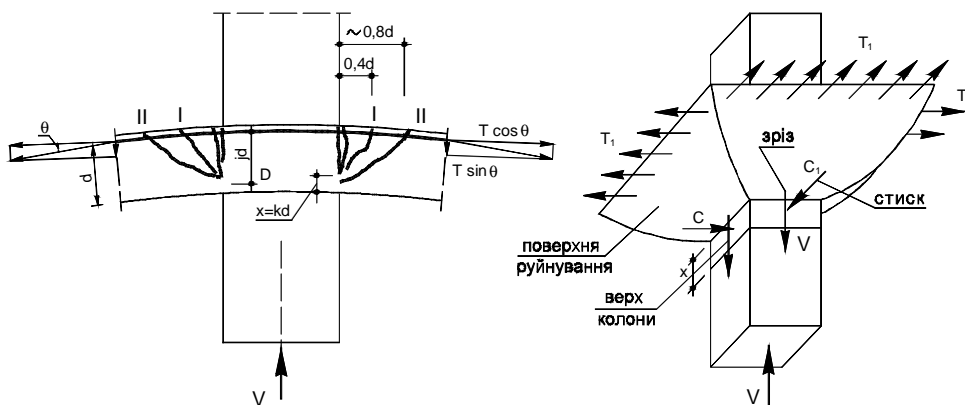


Рис. 2. Ідеалізована модель тріщиноутворення плити S.015/1 у перерізі продавлювання за [3]

У фундаментах ми не обмежені товщиною плити, а практика показала, що висоту необхідно приймати такою, щоб за відсутності поперечної арматури руйнування проходило по вертикальній тріщині. Тому у фундаментних плитах, які працюють на згин, дуже малі коефіцієнти поздовжнього армування.

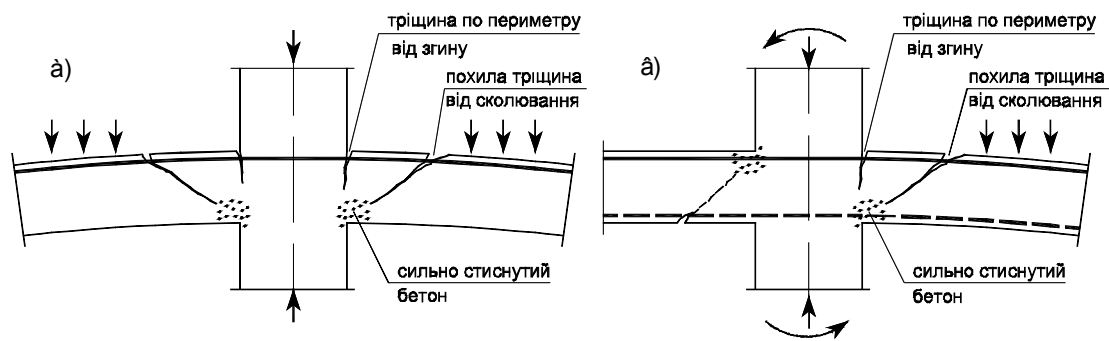


Рис. 3. Механізми руйнування приопорної зони плити при продавлюванні за [4]:
 а – при дії N ; б – при дії N і M

У плитах безбалочних безкапітельних перекриттів економічно не вигідно збільшувати товщину (збільшується навантаження), а для забезпечення міцності похилих перерізів навколо колон необхідно передбачати поперечну арматуру, як у балках.

З наведеного вище напрошується питання – при якій кількості поздовжньої арматури у плиті можна не ставити поперечну арматуру, щоб міцність похилих перерізів забезпечувалася опором самого бетону, який працює на стиск. Очевидно, основним параметром, який характеризує цю умову, є коефіцієнт поздовжнього армування плити – r .

Для виявлення величини r , при якій поперечна арматура не потрібна, нами проаналізовані приклади розрахунку фундаментів, наведені у технічній літературі. Результати аналізу подано у табл. 1. У стовпчику 10 показано коефіцієнт армування для повної висоти фундаментів і окремих його уступів. Середній мінімальний коефіцієнт армування становить $r = 0,00178 \approx 0,0018$ (стовпчик 11). При визначенні цієї величини r не враховувалися позиції, позначені зірочкою (стовпчик 3), у яких висота збірних фундаментів визначалася конструктивно, виходячи з умови заземлення колони. У поз. 8 (О. Лопатто) робоча арматура прийнята класу А-I ($R_s = 215$ МПа) і тому отримано значно більший коефіцієнт армування r . З наведеного вище можна зробити такий висновок: якщо у фундаментах або безкапітельних плитах при розрахунку основної розтягнутої арматури (класу А-II і А-III) коефіцієнт $r \leq 0,0018$ – поперечна арматура непотрібна, а якщо $r > 0,0018$, то необхідно передбачити поперечну арматуру.

Мінімальну висоту фундаментів можна визначити за такою простою формулою:

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{r \cdot 0,9 R_s b}}; \text{ при } r = 0,0018, \quad h_0 = \sqrt{\frac{M}{0,0016 R_s b}}, \quad (1)$$

де M – розрахунковий згинальний момент; R_s – розрахунковий опір арматури класу А-II або А-III; b – розрахункова ширина фундаменту або його окремих уступів.

У плитах безбалочних безкапітельних перекриттів товщину необхідно приймати такою, щоб задовольнялася умова:

$$0,008 > r \geq 0,0018. \quad (2)$$

За рекомендацією деяких зарубіжних норм, висоту плити у таких перекриттях необхідно приймати не меншою за $h = 200$ мм.

При застосуванні бетонів (В25-В35) очевидно, що нижня границя r буде дещо вищою.

Доцільно тут буде послатися на статтю Д. Вітзакі [5], в якій він проаналізував власні експериментальні дослідження, а також дослідження Гогнестеда, Мос, Скорделіса, Кіннунена, Нілендера і на основі їх статистичного аналізу запропонував емпіричні формули та графіки для розрахунку плит на продавлювання.

Таблиця 1

Визначення середньої величини коефіцієнта поздовжнього армування – ρ з чисельних прикладів розрахунку на продавлювання фундаментів без поперечної арматури

№ з/п	Джерело	Висота ступені h_0 , мм	Ширина ступені b , мм	Випт. консолі $l_{кз}$ мм	Розрах. опір бетону R_b МПа	Розрах. опір арматури R_s МПа	Згинальний момент, кНм	Розрах. площа арматури A_s , мм ²	Коефіцієнт армування ρ	Середнє значення ρ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	Проектирование ж/б конструкций Под ред. Гольшева. – К., 1985. – С. 468–475.	$h_{01}=220$	$b_1=2500$	$l_{к1}=450$	B15	A-II	63,36	1142,4	0,0022	
		$h_{02}=520$	$b_2=1800$	$l_{к2}=1050$	$R_b=9,7$ ($\gamma_{b2}=1,1$)	280	248,04	1893,6	0,0020	
		$h_{03}=1570^*$	$b_3=1200$	$l_{к3}=1300$			286,2	723,6	0,00038	
2	Примеры расчета ж/б конструкций / А.П. Ман-дриков. – М.: Стройиздат, 1989. – С.289–293.	$h_{01}=310$	$b_1=3000$	$l_{к1}=475$	B15	A-II	83,8	1060	0,0011	
		$h_{02}=660$	$b_2=2050$	$l_{к2}=825$	$R_b=8,5$	280	253,0	1520	0,0011	
		$h_{03}=960$	$b_3=1350$	$l_{к3}=1250$			655,0	2700	0,0020	
3	Строительные конструкции / Т.Н. Цай. – М., 1985. – Т. 2. – С. 355–358.	$h_{01}=260$	$b_1=2200$	$l_{к1}=350$	B20	A-III	68,75	805	0,0016	
		$h_{02}=610^*$	$b_2=1500$	$l_{к2}=550$	$R_b=11,5$	355	184,1	919	0,0009	
4	Кувалдин А.Н., Клевцова Г.С. Примеры расчета ж/б конструкций зданий. – М.: Стройиздат, 1976. – С. 158–159	$h_{01}=330$	$b_1=2800$	$l_{к1}=700$	M200	A-III	195,0	1940	0,002	0,0018
		$h_{02}=880$	$b_2=1400$	$l_{к2}=1250$	$R_b=9,0$	340	572,0	2120	0,0017	
5	Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Ж/б конструкции. – М.: Стройиздат, 1978. – С. 414–416.	$h_{01}=260$	$b_1=1900$	$l_{к1}=450$	M150 (B15)	A-III	48,0	605	0,00122	
		$h_{02}=560^*$	$b_2=500$	$l_{к2}=825$	$R_b=8,5$	355	142,0	829	0,00058	
6	Улицкий, Ривкин и др. Ж/б конструкции. Расчет и проектирование. – К., 1973. – С. 499–560.	$h_{01}=260$	$b_1=2500$	$l_{к1}=750$	B12,5 (M150)	A-II	110,0	1190	0,0014	
		$h_{02}=560$	$b_2=1000$	$l_{к2}=1050$	$R_b=6,7$	270	216,0	1280	0,002	
7	Мурашев, Сигалов, Байков Ж/б конструкции: Общий курс. – М., 1962. – С. 415–416.	$h_{01}=260$	$b_1=1900$	$l_{к1}=500$	B15 (M200)	A-III	48,0	605	0,0017	
		$h_{02}=560$	$b_2=1000$	$l_{к2}=725$	$R_b=8,5$	340	140,2	828	0,0015	
8	Лопатко О.Е. Проектирование і монтаж з/б конструкцій. – К., 1971. – С. 198.	$h_{02}=660$	$b_2=1000$	$l_{к2}=1100$	M150 $R_b=8,5$	A-I 215	298,0	2400	0,0036	

* Висота прийнята з конструктивних міркувань у збірних фундаментах, виходячи з умови заземлення колони у стакані фундаменту.

А основне, що він дійшов таких висновків:

- опір плити на продавлювання переважно залежить від поздовжньої арматури, як і при згині;
- міцність бетону на стиск – R_b так само впливає на опір продавлюванню, як при згині на дію згинальних моментів.

Вважаємо, що ці слушні висновки необхідно враховувати при створенні нових підходів до розрахунку плит на продавлювання.

Пропозиції до розрахунку поперечної арматури. Розрахункова модель плити являє собою систему двох перехресних балок (надколонних смуг), навантажених рівномірно розподіленим навантаженням.

Виходячи з рекомендацій pr EC2 (2003) [2], критичний контур навколо колон прийнято на відстані $2h_0$ від бокової поверхні колони, тому ширину розрахункової смуги приймаємо:

$$b_{см.} = c + 4h_0, \quad (3)$$

де c – поперечний розмір колони.

Згинальні моменти у надколонній смузі багатоповерхових будинків можна визначити методом замінюючих рам, використовуючи статичні способи розрахунку або відповідні таблиці. Для практичних розрахунків визначення опорних моментів у надколонній смузі доцільно використати рекомендації [6], за якими мінімальні опорні моменти визначаються за формулою:

$$M_x (M_y) = hV_{sd}, \quad (4)$$

де h – коефіцієнт, який приймається за табл. 2, а відповідні розміри смуг залежно від розташування колон, яке показано на рис. 4; V_{sd} – реакція колони.

Таблиця 2

Коефіцієнт η
для визначення мінімальних розрахункових моментів і ширини смуг плити за [4]

Розташування колон	Напрямок моментів	Коефіцієнт η		Ширина сприймаючої смуги
		по верху	по низу	
Колона внутрішня	у обох напрямках	0,125	0	0,3l
Колона крайня	перпендикулярно до стіни	0,125	0,125	на метр
Колона крайня	паралельно до стіни	0,250	0	0,15l
Колона кутова	обох напрямках	0,500	0,500	на метр

Якщо $r > 0,0018$, поперечна арматура розраховується на різницю моментів:

$$\Delta M = M_{зр.} - M_{2h_0}, \quad (5)$$

де $M_{зр.}$ – момент на грані колони, який діє на ширині, що визначається за формулою (3); M_{2h_0} – момент у надколонній смузі шириною $b_{см.}$ на відстані $2h_0$ від грані колони.

Загальна площа вертикальних стрижнів з одного боку колони на ширині смуги $b_{см.}$ і довжині у розрахунковому напрямку $2h_0$ визначається за формулою:

$$\Sigma A_{sw} = \frac{\Delta M}{0,45R_s h_0}, \quad (6)$$

а загальна кількість вертикальних стрижнів дорівнює:

$$n = \frac{\Sigma A_{sw}}{A_{sw}}, \quad (7)$$

де A_{sw} – площа одного стрижня прийнятого діаметра.

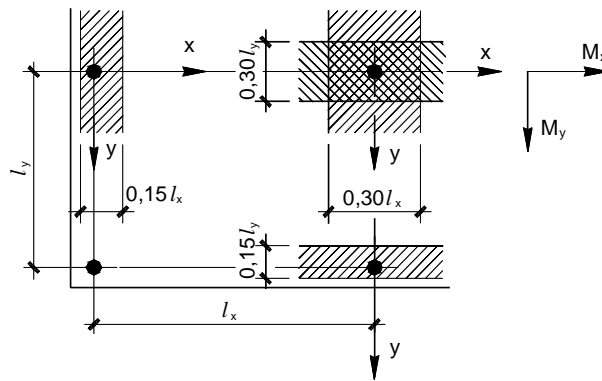


Рис. 4. Позначення мінімальних згинальних опорних моментів і визначення ширини смуги плити за [6]

Подібний підхід до розрахунку поперечної арматури у балках вперше запропоновано у [7], використано у розрахунку нерозрізних балок [8] і розрахунку коротких консолей [9].

Висновки. 1. Продавлювання потрактовано як опір плити руйнуванню по похилому перерізу, як у згинаних лінійних елементах, а не як зріз за умовною поверхнею зрізаної піраміди.

2. Встановлено критерій, який визначає необхідність виконання поперечного армування навколо колони, між гранями колони і критичним розрахунковим контуром.

3. Запропоновано просту формулу для визначення мінімальної висоти фундаментів, що працюють на продавлювання.

4. Розрахунок поперечної арматури у плитах виконується за тими самими формулами, що й розрахунок міцності похилих перерізів у балочних згинаних елементах, запропонований нами у попередніх публікаціях.

5. У розрахунку використовуються ті самі характеристики матеріалів – бетону R_b , арматури R_s , що при розрахунку на дію згинальних моментів.

6. У розрахунку використано деякі рекомендації міжнародних норм EUROCODE 2.

1. *Système International de Réglementation Technique Unifice des Structures. Code-Modele CEB-FIP 3^e edition 1978 des Recommandations Internationales CEB-FIP (переклад російською мовою, НИИЖБ Госстрой).* 2. *pr EN 1992-1-1 (Stage49) EUROCODE2. Design of Concrete Structures – Part 1. General Rules and Rules for Buildings, CEN, Brussels, March 2003.* 3. *Godycki T., Dilger W.H. and Ghali A. Behaviour of Reinforced Concrete Slab-Column connections Subjected to static Loadings. Archiwum Inzynierji Ladowej. – 1977. – Т. XXIII, з. 2.* 4. *Ajdukiewicz A., Dawczyński Sz. Przebicie, Komentarz naukowy do PN-B-03264 & 2002, ITB. – Warszawa, grudzień, 2003.* 5. *David Yitzhaki Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs. Journal of the American Concrete Institute. Proceedings. Vol. 63, № 5. May, 1966.* 6. *CEB-FIP Model Code 1990. Comité Euro-International du Béton. Bulletin d'Information № 213–214, Lausanne, May 1993.* 7. *Дорошкевич Л.О. Розрахунок поперечної арматури залізобетонних мостових балок // Пр. Захід. наук. центру ТAU. Т. 3. – Львів-Трускавець, 1996.* 8. *Максимович С.Б. Міцність похилих перерізів залізобетонних балок з двозначною епюрою згинальних моментів, завантажених зосередженими силами: Дис. ...канд. техн. наук. – Львів, 2000. – Машинопис.* 9. *Максимович Б.Ю. Несуча здатність коротких залізобетонних консолей: Дис. ...канд. техн. наук. – Львів, 2003. – Машинопис.*