

Wei A vibrational mode analysis of free finite-length thick cylinders using the finite element method // *Trans. ASME J. Vibr. and Acoust.*, 1998. – Vol. 120, № 2. – P. 371–377. 3. So Tinyong, Leisse A.W. Free vibrations of the thick hollow circular cylinders from 3-D analysis // *Trans. ASME J. Vibr. and Acoust.*, 1997. – Vol. 119, № 1. – P. 89–95. 4. Гринченко В.Т. Равновесие и установившиеся колебания упругих тел конечных размеров. – К.: Наук. думка, 1978. – 264 с. 5. Влайков Г.Г., Григоренко А.Я. Некоторые осесимметричные задачи статики и динамики анизотропных тел цилиндрической формы. К.: НАН Украины, Технический центр, 1998. – 60 с. 6. Heyliger P.R. Axisymmetric free vibrations of finite anisotropic cylinders // *J. of Sound and Vibration*. – 1991. – Vol. 148, № 3. – P. 507–520. 7. Григоренко А.Я., Дяк И.И., Макар В.М. Влияние анизотропии на динамические характеристики свободных колебаний конечных цилиндров // *Прикл. механика*. – 2001. – Т. 37, № 5. – С. 74–83. 8. Луговой П.З. Динамика тонкостенных конструкций при нестационарных нагрузках // *Прикл. Механика*. – 2001. – Т. 37, № 5. – С. 44–73. 9. Дууак И.И., Григоренко О.Я. and Макар В.М., Free vibration of finite composite cylinders // *Proceedings of 15-th IC on Computer Methods in Mechanics CMM-2003*. – Gliwice, Poland, 2003. – P. 45–48. 10. Grigorenko O., Makar V. Free vibrations of the thick hollow anisotropic cylinders // *Proceedings of the 8th IC “Modern Building Materials, Structures and Techniques”*. – Vilnius, Lithuania, May 19–21, 2004. – P. 347–348. 11. Баженов В.А., Гуляр А.И., Сахаров А.С., Топор А.Г. Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемого тела. – К.: ВИПОЛ, 1993. – 376 с. 12. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с. 13. Стрэнг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. – М.: Мир, 1977. – 349 с.

УДК 621.396.6:681.3

В.І. Каркульовський, І.І. Мотика, І.І. Чура
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра систем автоматизованого проектування

МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ. ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ

© Каркульовський В.І., Мотика І.І., Чура І.І. 2007

Розглянуто особливості застосування методу діакоптики при моделюванні складних механічних систем на етапі динамічного аналізу. Розроблена методика формування та розв’язування рівнянь, які описують динамічні процеси в складних механічних системах.

The application of diacoptic method while designing of the difficult mechanical systems on the stage of dynamic analysis are examined. The method of forming and solving of equalizations describing dynamic processes in the difficult mechanical systems is developed.

Вступ. Аналізу механічних конструкцій ЕА, а особливо систем віброізоляції, присвячено багато робіт, але переважно вони орієнтовані на використання аналітичних методів та моделей (метод Лагранжа, рівняння Гамільтона), що ускладнює застосування їх в системах автоматизованого проектування, оскільки під час алгоритмізації процесу формування рівнянь важко вибрати узагальнені координати і обчислити роботи на віртуальних переміщеннях, врахувати особливості реальних конструкцій (похибки монтажу і розмірів, специфіка просторового навантаження). Крім того, використання традиційних методів ускладнює застосування еволюційного підходу до процесу проектування, який покладений в основу об’єктно-орієнтованого проектування (ООП), а також не дає змоги повною мірою реалізувати переваги об’єктно-орієнтованого проектування: використання виразних засобів об’єктно-орієнтованих мов програмування, підтримки повторного застосування окремих складових програмного забезпечення, створення більш відкритих систем.

Розроблення методу динамічного аналізу. Для розрахунку динамічного режиму механічних конструкцій електронної апаратури (ЕА) в умовах просторового навантаження необхідно розробити загальний підхід для аналізу складних механічних систем замкнутого типу.

Пропонується розглядати конструкцію ЕА як складну систему із зосередженими параметрами. До системи можна застосувати методи діакоптики, тобто її можна розбити на окремі елементи, характеристики яких визначаються попередньо.

Для аналізу складну механічну систему ділять плоскими перерізами на базові елементи і шарніри, які збігаються із компонентами, виділеними для геометричного та статичного аналізу [1, 2]. Припускають, що в плоских перерізах виникають нормальні і дотичні напруження, розподілені достатньо рівномірно, які під час розгляду рівноваги перерізу можна привести до системи сил та моментів, зосереджених в центрі жорсткості перерізу:

$$\vec{Q} = Q_1 \vec{e}_1 + Q_2 \vec{e}_2 + Q_3 \vec{e}_3, \quad (1)$$

де \vec{Q} – вектор внутрішніх зусиль; Q_1 – осьова сила; Q_2, Q_3 – перерізуючі сили.

$$Q_1 = \int_F \sigma_z dF; \quad Q_2 = \int_F \sigma_x dF; \quad Q_3 = \int_F \sigma_y dF, \quad (2)$$

де σ_z – нормальне напруження в елементарній площадці dF ; σ_x, σ_y – дотичні напруження; F – площа перерізу, що розглядається.

$$\vec{M} = M_1 \vec{e}_1 + M_2 \vec{e}_2 + M_3 \vec{e}_3, \quad (3)$$

де \vec{M} – вектор внутрішніх моментів; M_1 – крутильний момент; M_2, M_3 – згинаючі моменти.

$$M_1 = \int_F \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \rho dF, \quad (4)$$

де ρ – радіус елементарної площадки відносно центра перерізу.

$$M_2 = \int_F \sigma_y dF; \quad M_3 = \int_F \sigma_x dF \quad (5)$$

Вважаємо, що під час руху системи та деформацій елементів розділюючі перерізи залишаються плоскими.

Отже, у разі взаємодії із системою в перерізах виникає узагальнений вектор реакцій:

$$\|\mathbf{R}\|^T = \|\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z, \mathbf{M}_x, \mathbf{M}_y, \mathbf{M}_z\|.$$

Крім того, для кожного перерізу можна задати вектор переміщень у декартовій системі координат:

$$\|\mathbf{S}\|^T = \|\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta \phi, \Delta \varphi, \Delta \theta\|.$$

Кожний базовий елемент описується системою рівнянь, які пов'язують узагальнені переміщення перерізів(входів) із узагальненими силами в цих перерізах у локальній системі координат, яка вибирається для конкретного типу елемента:

$$\left\| \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ * \\ * \\ S_m \end{matrix} \right\| = F \left\| \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ * \\ * \\ R_m \end{matrix} \right\|, \quad (6)$$

де R_i – вектор реакцій в i -му перерізі; S_i – вектор переміщень i -го перерізу; m - кількість з'єднувальних перерізів (входів) елемента.

До системи сил можна також вводити силу, прикладену в точці вибраної системи координат (сила ваги або сила інерції). На складність структури елемента принципів обмежень не накладається.

Шарніри – це вільні, частково вільні або не вільні елементи, які описуються рівняннями (6) і які фактично можна подати у вигляді ідеального елемента із відомою кількістю ступенів вільності. Шарнір визначає спосіб з'єднання елементів у системі і описується двома системами рівнянь – рівняннями рівноваги узагальнених сил, прикладених до його перерізів (входів) (7), та рівняннями зв'язку переміщень входів (8):

$$\Phi \begin{pmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_2 \\ * \\ * \\ \mathbf{R}_m \end{pmatrix} + \mathbf{Q} = 0; \quad (7)$$

$$\mathbf{L} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ * \\ * \\ \mathbf{S}_m \end{pmatrix} + \mathbf{U} = 0, \quad (8)$$

де \mathbf{R}_i , \mathbf{S}_i – вектори реакцій та переміщень i -го перерізу відповідно; \mathbf{Q} , \mathbf{U} – вектори зовнішніх зусиль і переміщень центра шарніра; m – кількість перерізів шарніра.

Зовнішні зусилля і кінематичні зміщення прикладаються тільки до шарнірів, точніше – до деяких точок, які називаються центрами шарнірів.

Під час динамічного аналізу конструкції ЕА припускаємо:

- розглядаються малі коливання відносно положення статичної рівноваги;
- конструкцію ЕА подаємо як складну механічну систему із зосередженими параметрами;
- до системи можна застосовувати методи діакоптики, тобто її можна розбити на окремі елементи, характеристики яких визначаються попередньо.

Враховуючи розроблені моделі базових елементів та шарнірів, можна сформуванати повну систему рівнянь, що описують режим малих коливань конструкції ЕА як складної механічної системи:

$$\begin{cases} \mathbf{PAR} + \mathbf{Q} + \mathbf{I} + \mathbf{W} = 0 & (9) \\ \mathbf{GBS} + \mathbf{U} = 0 & (10) \end{cases}$$

Рівняння (9) відображають рівновагу силових факторів у перерізах.

Їх аналогом є рівняння першого закону Кірхгофа методу контурних струмів. За принципом Делаμβера до цих рівнянь введено інерційні сили та сили внутрішнього опору. Сили внутрішнього опору (втрати) вважають пропорційними швидкості деформації за гіпотезою Фойгта, що відповідає деформуванню матеріалів із явно вираженим пневмоефектом і дуже часто застосовуються для моделювання втрат у віброізоляторах ЕА.

У рівняннях (9):

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}^* \\ \mathbf{P}^{**} \end{pmatrix}; \quad (11)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}^* \\ \mathbf{Q}^{**} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

де P – матриця перерізів; P^* – матриця введення багатополюсників; P^{**} – допоміжна матриця для побудови рівнянь рівноваги для кожного багатополюсника; Q – узагальнений вектор зовнішніх силових факторів; Q^* – вектор зовнішніх силових факторів у перерізах; Q^{**} – вектор зовнішніх силових факторів, прикладених до центрів шарнірів; A – матриця перетворень координат; I – матриця інерційних характеристик (інерційні фактори прикладаються тільки до центрів шарнірів); W – матриця сил внутрішнього опору (втрати енергії в елементах):

Рівняння (10) відображають умови нерозривності. Для електричних кіл аналогом цих рівнянь є рівняння другого закону Кірхгофа методу контурних струмів.

У рівняннях (10):

$$G = \begin{array}{|c|} \hline G^* \\ \hline G^{**} \\ \hline \end{array}, \quad (13)$$

де G – матриця контурів мережі із багатополюсниками; G^* – контурна матриця введень багатополюсника; G^{**} – допоміжна матриця для побудови рівнянь, що описують багатополюсник у переміщеннях; B – матриця перетворення координат.

$$U = \begin{array}{|c|} \hline U^* \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}, \quad (14)$$

де U – вектор зовнішніх переміщень (коли до контурів не прикладені зовнішні переміщення $U = 0$).

Отже, до рівняння (9) входять рівняння рівноваги:

- в перерізах;
- окремих елементів;

до рівняння (10) входять рівняння:

- нерозривності для цілої системи;
- які описують моделі базових елементів та шарнірів.

Матрицю перерізів P , яка складається із матриць P^* і P^{**} , будують так само, як і для статичного аналізу.

Матрицю контурів G , що складається із матриць G^* і G^{**} , будують так само, як і для статичного аналізу.

Опис процедури динамічного аналізу. Процедура динамічного аналізу містить такі етапи:

- введення даних про структуру системи, якщо попередньо не було проведено геометричного і статичного аналізу;
- формування схеми також необхідне, якщо попередні види аналізу не проводились (у такому випадку формується схема, як і для статичного аналізу);
- введення даних про положення статичної рівноваги передбачається у випадку, якщо проведено геометричний аналіз, а статичний не проводився;
- силові фактори обчислюють, якщо введено інерційні сили та сили внутрішнього опору і повністю сформовано систему (9), (10), яка розв'язується відомими числовими методами;
- на наступних етапах обчислюються амплітуди коливань, прискорення і частоти власних коливань;
- аналіз результатів надає можливість прийняти рішення про закінчення процесу моделювання чи повернення на попередні етапи динамічного аналізу;
- виведення результатів передбачено після повного завершення моделювання і отримання результатів, які задовольняють користувача.

Висновки. Отже, розроблено та реалізовано метод динамічного аналізу конструкцій ЕА як складних механічних систем, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на рівняннях кінето-

статисти та умовах нерозривності і дає можливість визначити динамічні характеристики системи та оцінити ефективність віброізоляції конструкцій електронної апаратури.

1. Каркульовський В.І., Мотика І.І. Моделювання складних механічних систем. Геометричний аналіз // Вісн. Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 2001. – № 415. – С. 7–10. 2. Каркульовський В.І., Мотика І.І. Моделювання складних механічних систем. Геометричний аналіз // Вісн. Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 2001. – № 415. – С. 7–10. 3. Каркульовський В.І., Мотика І.І. Об'єктно-орієнтований підхід в проектуванні складних механічних систем // Вісн. Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 1998. – № 327. – С. 26–30.

УДК 621. 825.1

В.М. Теслюк, Р.В. Загарюк, Ю.О. Кушнір
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра систем автоматизованого проектування

РОЗРАХУНОК ТА АНАЛІЗ ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ МІКРОАКСЕЛЕРОМЕТРА ЄМНІСНОГО ТИПУ

© Теслюк В.М., Загарюк Р.В., Кушнір Ю.О., 2007

Досліджено параметри функціонування мікроакселерометра ємнісного типу. Побудовано математичну модель та розраховано його вихідні параметри. Запропоновано схему аналізу вихідних параметрів пристрою.

In this paper, an investigation of microaccelerometer functionality parameters is proposed. A mathematical model for the device was built; parameters calculations were performed. Also, an integral circuit for output parameters analysis has been proposed.

Вступ. Як показує практика, за останні роки значно підвищуються вимоги до проектування пристроїв різного функціонального призначення. Особливо це стосується мікроелектромеханічних систем (МЕМС) [1–4], оскільки на їх проектування та перепроектування у випадку незадовільних результатів необхідні величезні ресурси. Тому розробка методів та алгоритмів для підвищення ефективності автоматизованого проектування МЕМС [5] є актуальною задачею сьогодення.

Основною причиною поширення мікроелектромеханічних систем є відносно низька вартість їх виготовлення, висока надійність, групова технологія виготовлення, низька ціна та ін.

Ключовими елементами будь-якої мікросистеми є актюатор, мікродавач і МП-пристрій. Давач, що становить собою інтегральний пристрій, призначений для фіксації стану чи зміни стану навколишнього середовища, в якому він розміщений. Актюатор перетворює електричну енергію у керований рух, а мікропроцесорний пристрій обробляє, зберігає та передає інформацію від давача.

Конструкція акселерометра. Мікродавачі виконують різноманітні функції в технічних об'єктах залежно від їхнього призначення. Розрізняють давачі (детектори) руху, термічні давачі, давачі тиску, сенсори для вимірювання напруження матеріалу, переміщення об'єктів, їх швидкості та прискорення. Найпоширенішими є давачі для вимірювання прискорення об'єктів, або акселерометри.

Існують різні види акселерометрів, принципи дії яких переважно ґрунтуються на п'єзоєфекті чи зміні ємності при зміні форми конструкції під дією прикладеного навантаження. Більш поширеними є акселерометри ємнісного типу, оскільки їхня робота більш стабільна та менше залежить від стану зовнішнього середовища, наприклад, температури.

Принцип роботи акселерометра. Основним принципом дії ємнісного акселерометра, як було вказано вище, є зміна ємності конденсатора, утвореного конструкцією пристрою та його