

Певної уваги з боку оптимізації поперечних перетинів поздовжніх стрижнів потребують передні колісні арки. Можливим є підсилення центральної секції автобуса з боку дверей та водія. Асиметричність каркаса автобуса при структурно різних боковинах потребує детальнішого аналізу середньої секції даху низькопідлогової частини автобуса, проте і за цією стрижневою комбінацією міцнісні характеристики знаходяться в допустимих межах.

Завдяки представленому рівню попереднього аналізу з'являється можливість завчасного попередження виникнення перенавантажених зон із недопустимою величиною переміщень, а також недовантажених зон із надлишком матеріалу, що веде до збільшення спорядженої маси автобуса. Попередній етап аналізу каркаса кузова автобуса є важливим кроком на шляху досягнення рівномірності кузова автобуса, а отже, його довговічності і комерційної ефективності експлуатації.

1. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448с. 2. Басов К.А. ANSYS справочник пользователя. – М.: ДМК пресс, 2005.-640с. 3. Шелофаст В., Чугуновой Т.Б. Новые возможности инженерного проектирования в системе АРМ WinMachine 8.5. – М.: Изд. АПИМ, 2000. – 211с. 4. Потемкин А.В. Трехмерное твердотельное моделирование. – М.: КомпьютерПресс, 2002. – 296с. 5. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. – Т. 2. – М.: Машиностроение, 2001 – 864с.

УДК 621.825

А.І. Головатий, Я.М. Новіцький\*

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра САПР,  
\*кафедра деталей машин

## **ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ ПАРАЗИТНИХ КОЛИВАНЬ НА КОНСТРУКТИВНІ ПАРАМЕТРИ МЕМС ГІРОСКОПІВ**

© Головатий А.І., Новіцький Я.М., 2008

**Розглянуто проблеми, які виникають в конструкціях МЕМС гіроскопів внаслідок дії паразитних коливань робочого органа гіроскопа, наведено способи розрахунків параметрів коливань для їх врахування при проектуванні параметрів конструкції та шляхи зменшення амплітуд.**

**Problems which arise up in constructions of the MEMS gyroscopes as a result of action of vermin vibrations of working gyroscope are considered, the methods of calculations of parameters of vibrations for their account at planning of parameters of construction and ways of diminishment of amplitudes are resulted.**

**Вступ.** Розвиток технологій мікроелектроніки, методів глибокого травлення та тримірного формоутворення привів до створення малогабаритних і дешевих мікроелектромеханічних пристроїв (МЕМС).

MEMS – це такі пристрої, як мікродвигуни, мікроактюатори, мікропомпи, мініатюрні підвіски, системи позиціонування для дисків та інші [4 – 6]. Серед них можна виділити окрему групу інерційних давачів – це акселерометри та гіроскопи, або давачі кутової швидкості. Сучасні мікромеханічні гіроскопи переважають традиційні електромеханічні гіроскопи за показниками собівартості та енергоспоживання, але поступаються їм в точності. Серед потенційних галузей застосування MEMS гіроскопів як давачів параметрів руху можна назвати такі: автомобільна промисловість, робототехніка, військова галузь (системи корекції траєкторії руху артилерійських снарядів), інерційна навігація, побутова електроніка (комп’ютерні маніпулятори, портативні обчислювальні пристрої та фото- і відеокамери), аерокосмонавтика (стабілізаційні платформи авіоники, стабілізація позиціонування антенних систем, безпілотні літальні і наземні апарати).

**Аналіз відомих досліджень і публікацій.** Принцип більшості MEMS гіроскопів полягає в наступному. За допомогою сил або моментів збуджуються з заданою амплітудою і частотою крутильні або поступальні коливання інерційних чутливих елементів, пружно зв’язаних з основою. За наявності переносної кутової швидкості обертання основи за рахунок сил Кориоліса в площинах, перпендикулярних площинам вимушених коливань, виникають крутильні або поступальні коливання інерційних чутливих елементів, які є мірою вхідної кутової швидкості. Рухомі вібруючі частини MEMS гіроскопа є його конструктивним недоліком порівняно з лазерним і оптоволоконним гіроскопами. Оскільки постійні навантаження можуть створити напруження рівні границі міцності, може змінитися стан матеріалу, з’явитися мікротріщини і порушитися роботоздатність приладу.

Для збільшення чутливості гіроскопа його параметри вибирають так, щоб частота вимушених коливань вздовж координати збудження збігалася з частотою власних коливань і частота вихідних коливань (дія сили Кориоліса) була також близька до частоти вимушених. В конструкції MEMS гіроскопа використовують високонадійні матеріали, які мають малі внутрішні втрати на тертя. У цьому випадку здійснюється динамічне налаштування приладу і відбувається резонансне підсилення сигналу. Задачі, які виникають при проектуванні MEMS гіроскопів, різноманітні і вимагають вирішення проблем механіки, електроніки, конструювання технологій (виготовлення) і матеріалознавства.

**Постановка задачі.** Основна вимога, яка ставиться до MEMS гіроскопа – це забезпечення допустимої величини дрейфу та його стабільності [4]. Серед факторів, які впливають на дрейф гіроскопа, можна назвати такі: інструментальні похибки, неточність виготовлення рухомих частин гіроскопа (статичний і динамічний дисбаланс рухомої частини), різна жорсткість пружних елементів, незбіг пружних осей підвісу з осями вимірювання, невідповідність розрахованих і отриманих механічних характеристик [3], похибки, пов’язані з шумами підсилювачів, джерел живлення, тепловими шумами тощо. При роботі таких гіроскопів виникають паразитні коливання, які виникають через дію низки вказаних вище причин. Такі коливання можуть викликати биття конструктивних елементів гіроскопа в зазорах електростатичного приводу збудження коливань та в зазорі ємнісного давача (рис. 2), тобто впливають на роботоздатність приладу. В роботі досліджено вплив таких коливань (крутильних відносно осей X; Y; Z) на конструктивні параметри гіроскопа.

**Основний матеріал.** На рис. 1. зображено конструктивну схему мікромеханічного гіроскопа камертонного типу, яка має одну вісь чутливості (Y) та вісь збудження (X) і призначена для вимірювання однієї складової вектора кутової швидкості ( $\Omega$ ).

**Методика дослідження.** Конструктивна схема приладу (рис. 1) слугує і його розрахунковою схемою. Складемо систему диференціальних рівнянь, яка описує рух однієї (лінійні переміщення та

обертання) робочої маси (рис. 2) відносно осей X;Y;Z. Через велику різницю жорсткості пружин в напрямі осі Z відносно осей X;Y (малості переміщень по Z), лінійними переміщеннями маси відносно осі Z знехтуємо.

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} - c_x x - k_x \frac{dx}{dt} &= F \cdot \sin(\omega t) \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} - c_y y - k_y \frac{dy}{dt} &= 2m \frac{dx}{dt} \cdot \Omega \\ J_x \frac{d^2 \psi_x}{dt^2} - c_x \cdot \operatorname{tg}(\psi_x) \cdot b^2 - k_{\psi_x} \cdot \frac{d\psi_x}{dt} &= M_x \\ J_y \frac{d^2 \psi_y}{dt^2} - c_x \operatorname{tg}(\psi_y) \cdot b^2 - k_{\psi_y} \frac{d\psi_y}{dt} &= M_y \\ J_z \frac{d^2 \psi_z}{dt^2} - c_y \operatorname{tg} \psi_z \cdot b^2 - k_{\psi_z} \frac{d\psi_z}{dt} &= M_z \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де  $m$  – рухома маса гіроскопа;  $c$  – жорсткість пружного підвісу;  $k$  – коефіцієнт дисипації енергії;  $F$  – сила збудження коливань;  $\omega$  – кутова частота коливань;  $X, Y, Z$  – осі;  $\Omega$  – кутова швидкість обертання гіроскопа;  $J$  – момент інерції рухомої маси;  $\psi$  – кут повертання рухомої маси відносно відповідної осі;  $2m \cdot dx/dt \cdot \Omega$  – Коріолісова сила інерції  $\omega = 2\pi n$ ; де  $n$  – частота збудження;  $a = 0,5 \cdot 0,7 \cdot l_x$ ;  $b = 0,5 \cdot l_z$  – конструктивні параметри підвісу (рис. 2).

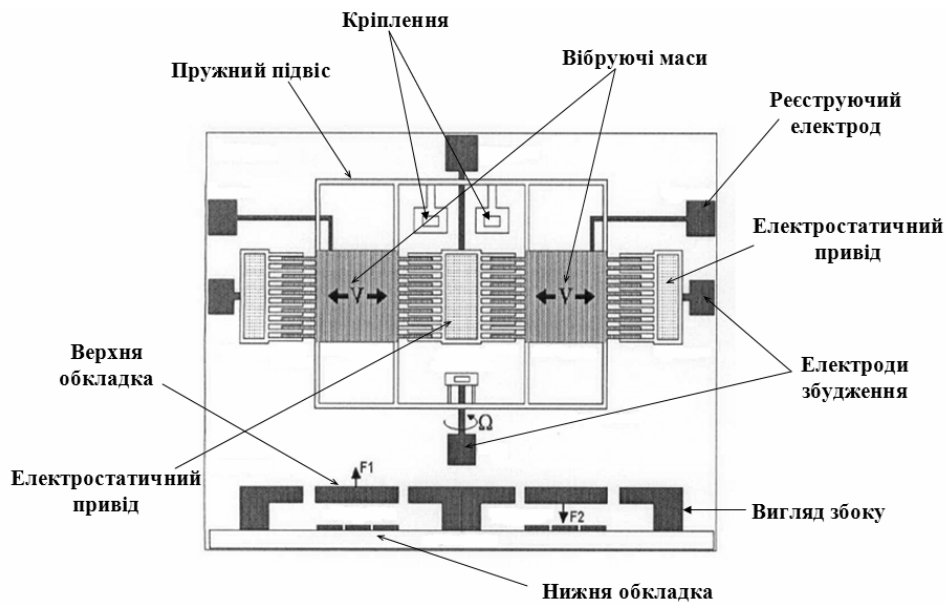


Рис. 1. Конструктивна схема MEMS гіроскопа

Момент від дії сил ексцентриситету маси:

$$M_x = m \cdot A_y \cdot \omega^2 \cdot e_x; \quad (2)$$

$$M_y = m \cdot A_x \cdot \omega^2 \cdot e_y; \quad (3)$$

$$M_z = m \cdot (A_x \cdot e_y + A_y \cdot e_x) \cdot \omega^2; \quad (4)$$

де  $e$  – ексцентриситет маси.

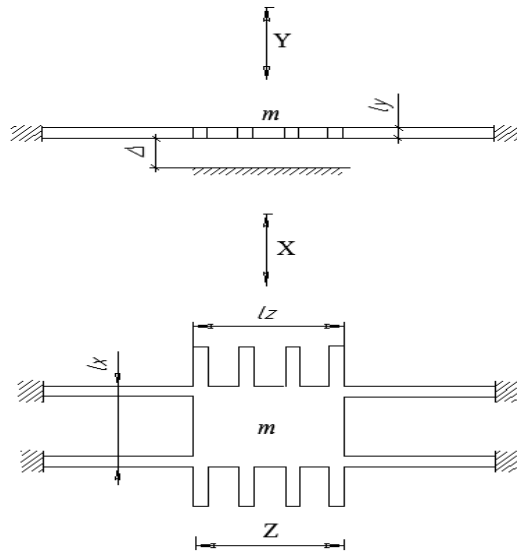


Рис. 2. Конструктивні параметри приладу

Прийmemo  $e_x = 0,05l_x$ ;  $e_y = 0,05l_y$   $e_z = 0,05l_z$ , тобто 5% відхилення центру мас.

Систему рівнянь (1) включно з рівняннями (2), (3) і (4) можна використати для аналізу коливань робочої маси під дією відповідних сил та моментів, використовуючи числові методи розв'язування систем диференціальних рівнянь за допомогою ЕОМ або використовуючи відповідне програмне забезпечення (наприклад, MATLAB).

Однак паралельно для зручності аналізу та можливості побудови САПР МЕМС гіроскопів розглянемо аналітичні розв'язки окремих рівнянь системи (1).

Для визначення амплітуди робочих коливань гіроскопа знайдемо окремий аналітичний розв'язок другого рівняння системи рівнянь (1), а саме амплітуду вертикальних (чутливих, вимірювальних) коливань (Y), що виникають внаслідок дії на рухому масу Коріолісової сили як результату дії коливань по осі X та кутової швидкості обертання гіроскопа  $\Omega$ .

$$A_y = \frac{2dx/dt \cdot \Omega}{\sqrt{(v_y^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}} ; \quad (5)$$

$v_y^2 = \frac{c_y}{m}$  – частота власних коливань;

У випадку резонансної настройки підвіски гіроскопа  $v_y = \omega$ .

$$A_y = \frac{2(dx/dt) \cdot \Omega}{\sqrt{4\gamma^2 \omega^2}} ; \quad (6)$$

Як відомо із курсу теорії лінійних коливань (1):

$$\frac{dx}{dt} = A_x \cdot \omega \cdot \sin(\omega t), \quad (7)$$

де  $A_x \cdot \omega$  – амплітудне значення віброшвидкості горизонтальних робочих коливань (координата X).

Тоді

$$A_y = \frac{2A_x \cdot \omega \cdot \Omega}{\sqrt{4\gamma^2 \omega^2}} \quad (8)$$

$\gamma$  – коефіцієнт затухань.

$$\gamma = \frac{k_y}{2m} ; \quad (9)$$

Треба зазначити, що МЕМС гіроскоп виконано в герметичному корпусі, всередині якого вакуум, тому коефіцієнти дисипації залежать тільки від внутрішнього гістерезису матеріалу підвіски, отже:  $k_x = k_y = k_{\psi_x} = k_{\psi_y} = k_{\psi_z} = k$ . Із формули (9):

$$k = 2m\gamma; \quad (10)$$

Як відомо із теорії коливань (1), коефіцієнт дисипації  $\gamma$  можна визначити із логарифмічного декременту коливань.

$$\delta = \frac{\gamma\tau_1}{2} \quad (11)$$

$$\tau_1 \approx \frac{2\pi}{\nu} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma}{\nu} \right)^2 \right] \quad (12)$$

де  $\frac{2\pi}{\nu}$  – період вільних коливань системи.

У випадку малих значень  $\gamma$ ,  $\tau_1 = \frac{2\pi}{\nu}$ .

Величину логарифмічного декременту коливань  $\delta$  для того чи іншого матеріалу можна взяти із літературних джерел, наприклад (2), або виміряти затухання коливань і вирахувати  $\delta$  за існуючою методикою [1, с. 25].

Маючи значення  $\delta = 0,005 \div 0,007$  [2; с. 147], за формулою (11) можна визначити значення  $\gamma$ .

$$\gamma = \frac{2\delta}{\tau}; \quad (13)$$

Тоді за формулою (8), знаючи коефіцієнт затухання  $\gamma$  та задавшись частотою коливань  $\omega$ ;  $\omega = 2\pi n$  можна визначити амплітуду чутливих коливань  $A_y$ , знаючи амплітуду робочих коливань  $A_x$  та швидкість обертання  $\Omega$ .

Оскільки при створенні гіроскопа складається технічне завдання на проектування, в якому задається  $\Omega_{\min}$  і  $\Omega_{\max}$ , то, задавшись певним значенням  $A_x$ , знайдемо  $A_{y\min}$  і  $A_{y\max}$ .

Оскільки в МЕМС гіроскопі для визначення  $\Omega = f(A_y)$  вимірюється зміна ємності між обкладками (пластинами) конденсатора, що знаходяться на відстані  $\Delta$  одна від однієї (рис. 1), то нам необхідно спочатку встановити величину  $\Delta$ .

Приймаємо  $\Delta_{\max} = 1,2 \div 1,3 A_{y\max}$ ,  $A_{y\min}$  визначимо із чутливості вимірювальної схеми, яка повинна мати мінімальні коливання  $A_y$  при максимальному значенні зазору  $\Delta_{\max}$ .

Оскільки величини  $\Omega_{\min}$  і  $\Omega_{\max}$  нам задані, а  $A_{y\min}$  визначається чутливістю схеми при певному значенні  $\Delta$ , тобто  $\Omega_{\max}$ , то задавшись  $A_{y\min}$  і  $\Omega_{\min}$  за (8), визначаємо амплітуду горизонтальних робочих коливань  $A_x$ .

$$A_x = \frac{A_{y\min} \sqrt{4\gamma^2 \omega^2}}{2\omega\Omega_{\min}} \quad (14)$$

Величину вимушуючої сили, яка забезпечить необхідну амплітуду  $A_x$ , знайдемо аналогічно до аналітичного розв'язку першого рівняння системи рівнянь (1).

$$A_x = \frac{F}{m\sqrt{\left(\nu_x^2 - \omega^2\right) + 4\gamma^2 \omega^2}}. \quad (15)$$

У випадку резонансу при  $v_x = \omega$  :

$$A_x = \frac{F}{m\sqrt{4\gamma^2\omega^2}}. \quad (16)$$

Оскільки в рівнянні (6)  $v_y = \omega$ , а в рівнянні (16)  $v_x = \omega$ , то  $v_x = v_y$ , або  $c_x = c_y$ . і поперечний переріз пружини підвіски матиме квадратну форму:

$$F = A_x m \sqrt{4\gamma^2\omega^2}. \quad (17)$$

За значеннями параметрів, що входять до системи рівнянь (1), отримаємо числові розв'язки рівнянь, наприклад, запрограмувавши їх в системі MATLAB.

Паразитні коливання робочої маси MEMC гіроскопа відносно осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  впливають на умови роботи та конструктивні параметри приладу. Вони можуть викликати биття в зазорах конденсатора (рис.2) та електростатичного приводу (рис. 3).

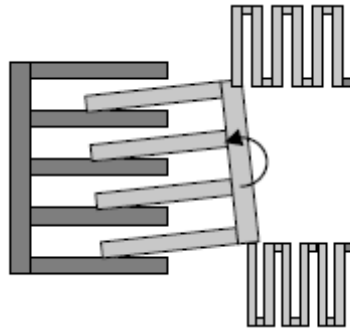


Рис. 3. Вплив крутильних паразитних коливань на величину зазору приладу

Амплітуди крутильних коливань можна визначити аналітично, знайшовши розв'язки для кожного рівняння системи (1) окремо.

$$\psi_x = \frac{M_x}{J_x \sqrt{(v_{\psi_x}^2 - n^2) + 4\gamma^2 n^2}}, \quad (18)$$

де

$$v_{\psi_x} = \sqrt{\frac{c_x \cdot b^2}{J_x}}, \quad (19)$$

$$\psi_y = \frac{M_y}{J_y \sqrt{(v_{\psi_y}^2 - n^2) + 4\gamma^2 n^2}}, \quad (20)$$

де

$$v_{\psi_x} = \sqrt{\frac{c_x \cdot b^2}{J_y}}; \quad (21)$$

$$\psi_z = \frac{M_z}{J_y \sqrt{(v_{\psi_z}^2 - n^2) + 4\gamma^2 n^2}}, \quad (22)$$

де

$$v_{\psi_z} = \sqrt{\frac{c_y \cdot a^2}{J_y}}. \quad (23)$$

Як впливає із аналізу рівнянь (18–23), зменшити паразитні коливання можна точністю виготовлення: зменшуються величини ексцентриситетів, а отже, і моментів  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ , а також конструктивними особливостями: величини  $a$  і  $b$  – параметрів точок кріплення пружин і величини моментів інерції робочої маси приладу.

Як впливає із рис. 2 та рівняння (20), амплітуда биття в зазорі приводу становить:

$$A_{\text{биття}1} = \text{tg} \psi_y \cdot \frac{l_x}{2}; \quad (24)$$

Аналогічно визначаємо амплітуду биття в зазорі конденсатора:

$$A_{\text{биття}2} = \text{tg} \psi_z \cdot \frac{l_x}{2} + \text{tg} \psi_x \cdot \frac{l_z}{2}; \quad (25)$$

Як впливає із аналізу рівнянь (2; 3; 4), паразитні коливання треба враховувати при  $\Omega_{\text{max}}$ , оскільки амплітуди  $A_x$  та  $A_y$  входять до значення моментів збудження  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ .

### Результати розрахунків

Для прикладу розв'яжемо систему рівнянь (1) числовим методом в середовищі MATLAB для таких даних:

$L_x = 10 \times 10^{-6}$  м;  $L_y = 5 \times 10^{-6}$  м;  $L_z = 50 \times 10^{-6}$  м;  $m = 5,75 \times 10^{-12}$  кг;  $n = 10$  кГц;  $F = 7,25 \times 10^{-9}$  Н;  $k = 2,3 \times 10^{-9}$  кгм<sup>2</sup>/с;  $\Omega = 300$  с<sup>-1</sup>;

Розв'язки системи рівнянь наведено на рис.4 – 9.

**Висновки.** Величини паразитних коливань, крутильних коливань відносно відповідних осей, а точніше – їхні лінійні складові (24), (25), які наведено на рис. 7–9, необхідно врахувати для визначення величин відповідних конструктивних зазорів MEMS гіроскопа.

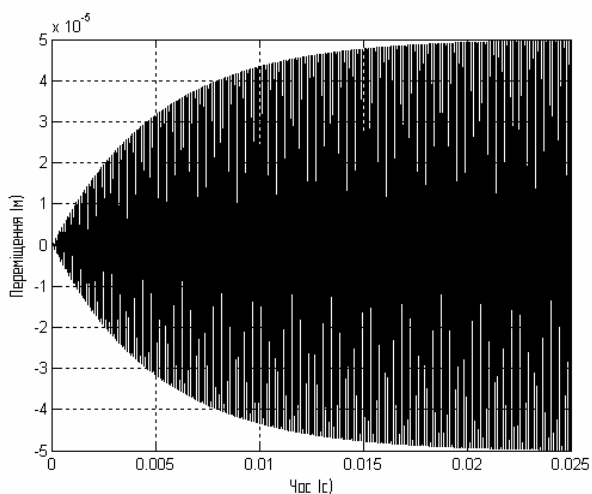


Рис. 4. Робочі коливання маси (вісь X)

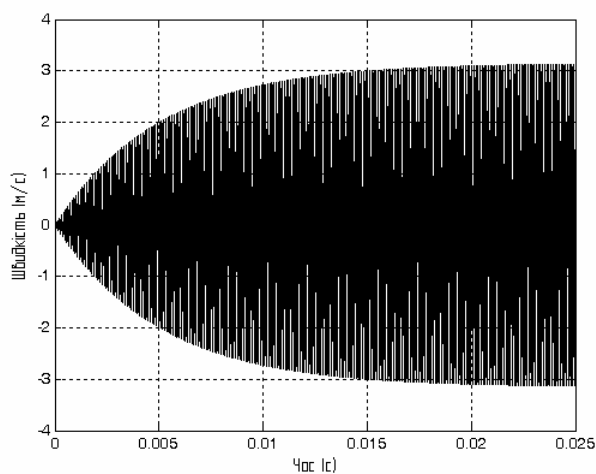


Рис. 5. Швидкість робочих коливань

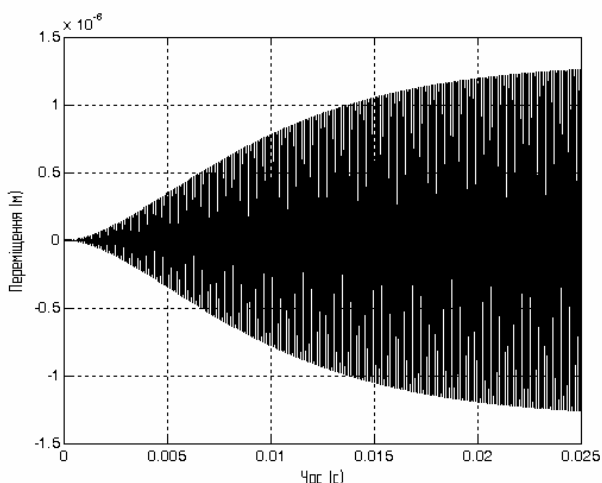


Рис. 6. Чутливі коливання маси (вісь Y)

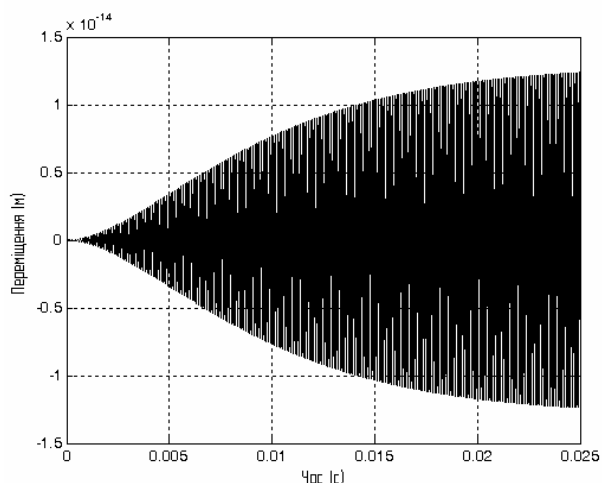


Рис. 7. Паразитні (від крутильних відносно X) коливання

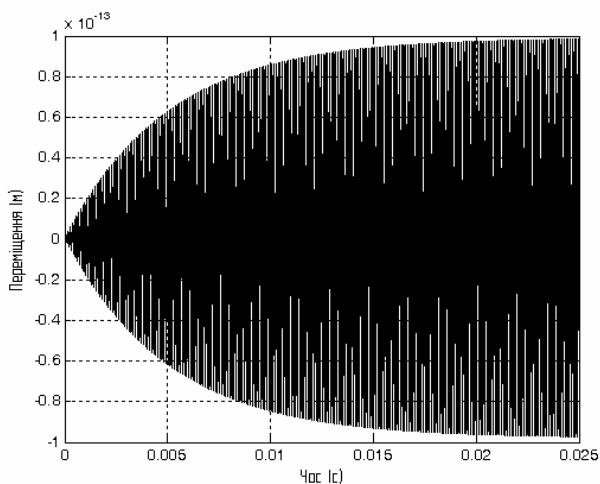


Рис. 8. Паразитні (від крутильних відносно Y) коливання

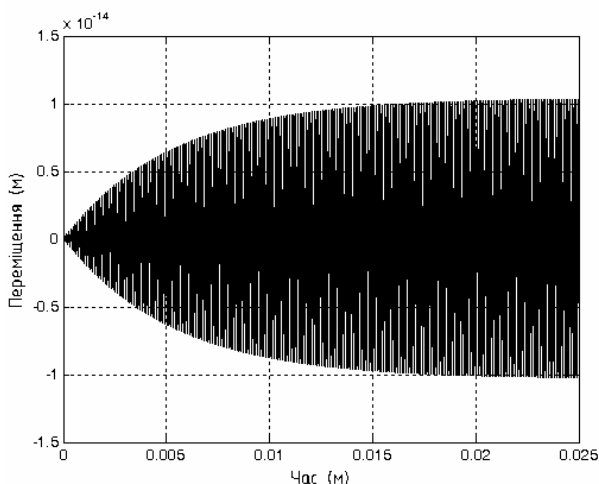


Рис. 9. Паразитні (від крутильних відносно Z) коливання

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: ГИТТЛ, 1959. – 621 с. 2. Рассеяние энергии при колебаниях упругих систем / Труды научно-техн. сов-я. Под ред. чл.-корр. АН УССР Г.С. Писаренко: Изд-во АН УССР. – К., 1963. – 375 с. 3. Головатий А. Розрахунок і конструювання робочих органів мікромеханічних гіроскопів // Вісник Тернопільського держ. техн. ун-ту. Т. 12. – № 4. – 2007. – С. 20–25. 4. N. Yazdi, F. Ayazi, and K. Najafi. "Micromachined Inertial Sensors", Proc IEEE, Aug. 1998, Vol. 86, No. 8. 5. Report of Yole Developpment, MEMS Gyro Markets, April 2006, Lyon, France. 6. Yongsik Lee, Dissertation "A Study Of Parametric Excitation Applied To A MEMS Tuning Fork Gyroscope", pp. 4–8, University of Missouri-Columbia, August, 2007.