

О. Гринів, Н. Притула, М. Притула

Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України,
ТОВ “Математичний центр”

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ СУМІСНОЇ РОБОТИ ГАЗОСХОВИЩ

© Гринів О., Притула Н, Притула М., 2012

Розглянута проблема оптимізації сумісної роботи газосховищ у складі газотранспортної системи України. Поставлені задачі і запропоновано алгоритми їх розв’язування. Отримані попередні оцінки потенціалу оптимізації роботи газосховищ та факторів впливу на величину таких оцінок.

Ключові слова: фільтрація, математична модель, оптимізація, газосховище, режим роботи, технологічна схема.

In this paper, we consider the problem of optimization of compatible work of gas storages as a part of the gas transport system of Ukraine. We have carried out statements and have offered the algorithms of their solving. We have also received the previous estimates of potential of optimization of work of gas storages and factors of influence on size of such estimates.

Key words: filtration, mathematical model, optimization, gas storage, operating mode, technological scheme.

Вступ

Підземні газосховища в складі газотранспортної системи (ГТС) України – фактор надійності її функціонування та гарантія стабільного забезпечення транзиту газу у Європу, особливо за умов різкого наростання споживання та появи нештатних ситуацій [1–2]. Об’єктом дослідження є група технологічно пов’язаних підземних газосховищ. Сумісна ефективна експлуатація газосховищ вимагає узгодження режимів їх роботи. Для формування оцінки потенціалу оптимізації потрібно розробити математичну модель роботи газосховищ в складі ГТС та поставити відповідні задачі оптимізації [3–6]. Технологічна схема, яка пов’язує газосховища з ГТС, дозволяє багатоваріантність їх сумісної експлуатації. Багатоваріантність роботи ще пов’язана з розподілом об’ємів газу між сховищами. Вибір варіантів ефективної експлуатації за паливно-енергетичними затратами та знаходження максимальної сумарної піковості системи ПСГ разом з ГТС вимагає сформулювати інтегральну критеріальну оцінку наявного режиму ГТС. Це дасть змогу побудувати алгоритми оптимального завантаження ПСГ на етапі нагнітання та відбирання газу.

Існує проблема розподілу між газосховищами планового об’єму газу для його зберігання, який є меншим за сумарний максимальний об’єм активного газу, за умови забезпечення максимальної ефективності функціонування ГТС.

1. Про піковість та оптимальність роботи газосховищ

Сумарний максимально можливий об’єм відбирання газу із газосховища називають його піковістю. Розрізнятимемо миттєві піковості та піковості, зараховані до інтервалу часу $[0, t]$. У загальному випадку піковість (миттєву чи за інтервалом часу) будемо пов’язувати з пластовим тиском P_p та тиском у магістральному газопроводі P_m , з яким технологічно пов’язане газосховище. Ще розрізнятимемо піковість по газозбірному пункті $Q_{\max}(P_p, P_g)$, $Q_{\max}(P_p, P_g, t)$ (g -піковість) та по магістральному газопроводу (m -піковість) $Q_{\max}(P_p, P_m)$, $Q_{\max}(P_p, P_m, t)$. m -піковість враховує параметри дотискувальної компресорної станції та тиск у магістральному газопроводі.

У пластах-колекторах газ зберігається під високим тиском. Для ефективного забезпечення контрактних умов на транспортування газу як для зовнішніх, так і для внутрішніх споживачів, в кожен момент часу, під час відбирання газу, потрібно цю енергію оптимально використовувати для підтримки роботи ГТС в оптимальному режимі. Варто очікувати, що така стратегія відбирання газу і забезпечить максимальну піковість роботи газосховищ.

2. Математична модель групи газосховищ. Постановка задач

Математична модель газосховищ, які інтегровані з ГТС, об'єднує моделі всіх технологічних об'єктів, які беруть участь у відбиранні та нагнітанні газу, зокрема набір з'єднувальних трубопроводів із запірною арматурою. Структура сукупної системи зображається граф-схемами, які поєднують технологічні схеми ПСГ з технологічною схемою газотранспортної системи.

Задана граф-схема $G_s(x, y) = G_p(x, y) \mathbf{U}(\mathbf{U}_{i=1}^5 G_i(x, y))$, де $G_i(x, y) (i=1, \dots, 5)$ – граф-схеми технологічних схем вибій-магістраль підземних газосховищ; $G_p(x, y)$ – підграф графу технологічної схеми ГТС $G(x, y)$, який технологічно пов'язаний із сховищами газу. Для всіх об'єктів відомі моделі їх газових потоків.

При постановках задач вважатимемо, що встановлення темпу використання наявного активного газу підпорядковане єдиній диспетчерській службі, основна ціль якої – забезпечення роботи ГТС в оптимальному режимі. Ця служба має інформацію про планові поставки газу на зберігання його в газосховищах та річний баланс газу (видобуток, поставки, транзит та споживання для власних потреб ГТС).

Для оцінки потенціалу сумісної роботи газосховищ варто спершу розглянути сумісну роботу двох газосховищ. За вхідні виберемо такі дані:

- Q_Σ – сумарний об'єм активного газу;
- $q_i^p = f(Q_i^a)$ – функціональний зв'язок між об'ємами активного газу в i -му сховищі та його піковістю.

Задача 1. Знайти таке представлення $Q_\Sigma = Q_1^a + Q_2^a$, щоб $f(Q_1^a) + f(Q_2^a) \rightarrow \max$.

Розв'язок такої задачі зводиться до розв'язання рівняння

$$\frac{d}{dQ_1^a} (f_1(Q_1^a) + f_2(Q_\Sigma - Q_1^a)) = 0,$$

відносно Q_1^a за умов

$$Q_{\min}^a \leq Q_i^a \leq Q_{\max}^a \quad (i=1, 2).$$

При виконанні в знайдений точці достатньої умови на максимум, сумарна піковість газосховища буде

$$q_{1,2}^p = f_1(Q_1^a) + f_2(Q_\Sigma - Q_1^a).$$

Робота газосховищ у пікових режимах, зазвичай, відбувається на окремих слабко прогнозованих інтервалах часу, які становлять незначну частину часового інтервалу роботи газосховищ. Якщо до умов попередньої задачі додається ще умова на сумарний відбір газу $q(t)$ на заданому інтервалі часу $[0, t]$, то виникає задача.

Задача 2. Знайти такий розподіл об'ємів відбирання газу між газосховищами, щоб під час відбирання залишковий буферний газ в сховищах забезпечував його піковість.

Інакше кажучи, потрібно знайти таке представлення $q(t) = q_1(t) + q_2(t)$, щоб

$$f(Q_1^a - q_1(t)) + f(Q_2^a - q_2(t)) \rightarrow \max (\forall t \in [0, t]),$$

де $q_1(t), q_2(t)$ – відбори із газосховищ.

Задача зведеться до аналізу рівняння

$$f(Q_1^a - q_1(t)) = f_1(Q_1^a - q_1(t)) + f_2(Q_2 - Q_1^a - (q - q_1(t))).$$

Ми знову приходимо до розв'язування рівняння

$$\frac{d}{d(Q_1^a - q_1(t))} (f(Q_1^a - q_1(t))) = 0.$$

Розв'язавши рівняння для дискретних значень часу (вважаємо, що $q(t)$ протягом доби є стабільним), отримаємо розв'язок задачі.

Доволі часто стараються відібрати весь активний об'єм газу за заданий час. Маючи для кожного газосховища функцію піковості, досить просто знайти час, починаючи з якого сховище потрібно переводити в піковий режим роботи.

Розглянемо інший клас задач. Він стосується експлуатації газосховищ з мінімальними паливно-енергетичними ресурсами. Вважаємо, що з точки безпеки експлуатації газотранспортної системи, в загальному випадку, забезпечення піковості на певних інтервалах часу є важливішим за оптимальність роботи газосховищ. Важливо встановити зв'язок цих двох понять.

Задача 3. Побудувати на заданому часовому інтервалі часу $[0, t]$ окремо такі стратегії відбирання газу із сховищ, щоб забезпечити

- сумарний відбір $q(t)$;
- Q_i – сумарні відбори газу для кожного із i -го сховищ газу;

які б були оптимальними за паливно-енергетичними затратами.

Ця задача вимагає встановлення такого функціонального зв'язку:

$$Q_i^p = f_i(Q_i^a, q_i, P_m),$$

де Q_i^p – витрата паливного газу; q_i – відбір газу; P_m – тиск у магістральному газопроводі (у кінці відводу газу із сховища).

У загальному випадку вказана функція є дещо складнішою і залежить ще й від темпу відбирання газу протягом попереднього періоду. Ця ж функція дає змогу оцінити оптимальність за паливно-енергетичним критерієм та побудувати стратегію відбирання газу зі збереженням максимальної сумарної піковості.

Розв'язання третьої задачі (перша умова), в кожен моменту часу, за відомого сумарного об'єму відбирання газу, для двох газосховищ зведеться до знаходження розв'язку рівняння

$$\frac{d}{dq_i} (f_1(Q_i^a, q_i, P_{m1}) + f_2(Q_2^a, q - q_i, P_{m2})) = 0.$$

Якщо кількість сховищ газу є більшою ніж два, то потрібно використовувати необхідні умови екстремуму функцій з багатьма параметрами, що призведе до розв'язування систем нелінійних рівнянь.

Задача 4. Знайти таке представлення $Q_2 = Q_1^a + Q_2^a$, відбори $q_1(t), q_2(t)$ та час t_m , щоб сумарна середня піковість

$$\frac{1}{t_m} \int_0^{t_m} (q_1(t) + q_2(t)) dt \rightarrow \max,$$

за умов

$$\int_0^{t_m} (q_1(t)) dt = Q_1^a, \int_0^{t_m} (q_2(t)) dt = Q_2^a.$$

Потрібно очікувати, що розв'язком задачі буде такий мінімальний час, за який обидва газосховища, працюючи в піковому режимі, відберуть активний газ одночасно. Дійсно, як легко перевірити, що у всіх інших випадках середня сумарна продуктивність газосховищ буде меншою.

Результатом задачі буде розв'язок рівняння (рівність часів відборів за пікових відборів)

$$\int_0^{Q_1^a} f_1^{-1}(q) dq = \int_0^{Q_2^a} f_2^{-1}(q) dq,$$

де f^{-1} – функція обернена до f .

Задача 5. За умов задачі 1 побудувати таку стратегію відбирання газу, щоб залишковий сумарний об'єм активного газу забезпечував максимальну піковість.

3. Розв'язування задач

Розв'язати першу задачу можна двома способами: перший – з використанням необхідної умови екстремуму, який зведеться до розв'язування систем нелінійних рівнянь, другий – алгоритмічний, який заданий об'єм активного газу розкладає по пластах газосховищ з певним кроком на об'єми газу в такий спосіб, щоб на кожному кроці газосховища досягали сумарної піковості.

Проведені числові експерименти підтвердили еквівалентність обох підходів. Запропонований алгоритм швидко працює, оскільки є лінійним за складністю відносно кількості газосховищ.

У реальних умовах експлуатації газосховищ встановлені функціональні зв'язки будуть дещо іншими. Тиск на вході в магістральний газопровід (відвід від ДКС ПСГ) формується, враховуючи оптимальність сумісної роботи ПСГ та ГТС. Часто складаються такі умови, що досягнення піковості роботи ПСГ є основною ціллю системи. У таких ситуаціях оптимальна робота системи не є пріоритетною.

Побудовані функції піковості (залежність між об'ємами активного газу в пласті-колекторі газосховища та максимальними відборами з нього) для всіх сховищ України. Розглянемо приклади, в яких використано реальні дані.

Приклад 1. Розглянута група технологічно поєднаних сховищ. На рис. 1 і 2 наведені графіки функцій піковості двох газосховищ.

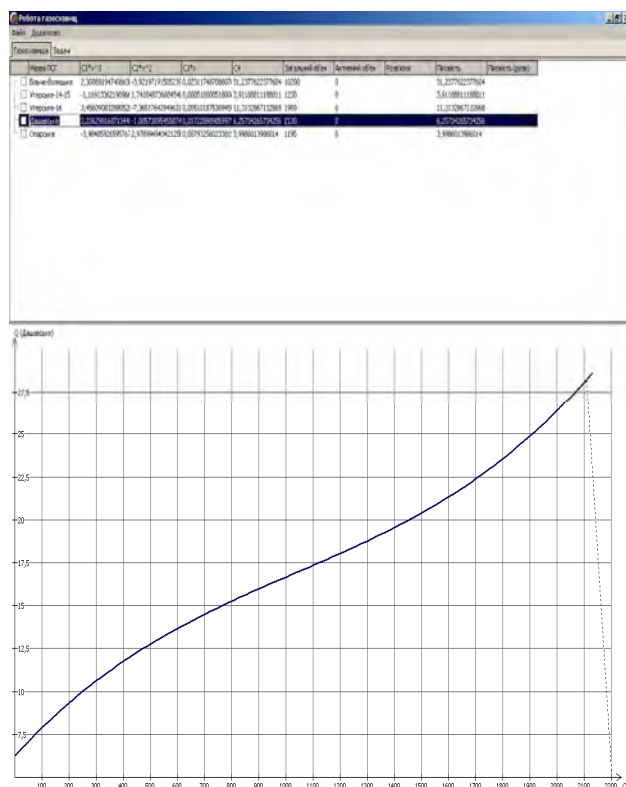


Рис. 1. Функція піковості Дашавського ПСГ

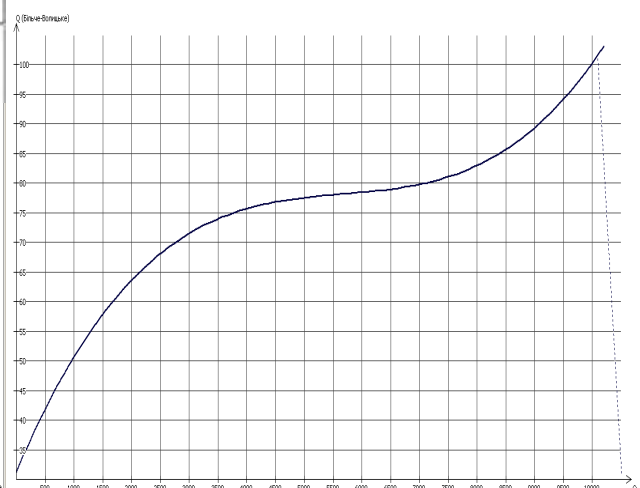


Рис. 2. Функція піковості Більче-Волицького ПСГ

У табл. 1 наведені коефіцієнти кубічної апроксимації функції піковості. У стовпці «Піковість» наведені значення піковості по кожному ПСГ у разі відсутності активного газу.

Таблиця 1

Оптимальний розподіл 12545.00 млн. м³ газу між 5 газосховищами

| Назва ПСГ | C1*x^3 | C2*x^2 | C3*x | C4 | Загальний об'єм | Активний об'єм | Розв'язок | Піковість | Піковість (розв) |
|---|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|-----------------|----------------|-----------|------------------|------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> Більче-Волицьке | 2,300891947408631 | -3,92197191505235 | 0,02311748708807 | 31,2377622377604 | 10200 | 0 | 6386 | 31,2377622377604 | 78,8456538653109 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Угерське-14-15 | -1,16913362190966 | 1,74104873688454 | 0,00051800051800 | 3,91188811188811 | 1230 | 0 | 980 | 3,91188811188811 | 10,1367685698438 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Угерське-16 | 3,456090832880521 | -7,36517642849631 | 0,005101875388451 | 11,3132867132868 | 1989 | 0 | 1989 | 11,3132867132868 | 21,2666666666664 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Дашавське | 3,236298168713441 | -1,00573895455874 | 0,01722898905997 | 6,25734265734256 | 2130 | 0 | 2130 | 6,25734265734256 | 28,6000000000002 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Опарське | -3,98405926595767 | 2,978994943421251 | 0,00793256023381 | 3,9986013986014 | 1195 | 0 | 1060 | 3,9986013986014 | 11,0092356341701 |

Рис. 3. У виділеному стовпці «Розв'язок» наведений оптимальний розрахований розподіл активного газу між сховищами

У останньому стовпці таблиці містяться значення піковості по кожному ПСГ при знайденому розподілі газу між сховищами. Загальна піковість становитиме 149,85 млн. $\frac{м^3}{добу}$.

Приклад 2.

Таблиця 2

Розподіл об'ємів газу під час його відбирання

| Назва ПСГ | C1*x^3 | C2*x^2 | C3*x | C4 | Загальний об'єм | Активний об'єм | Розв'язок | Піковість | Піковість (розв) |
|---|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|-----------------|----------------|-----------|------------------|------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> Більче-Волицьке | 2,300891947408631 | -3,92197191505235 | 0,02311748708807 | 31,2377622377604 | 10200 | 5039 | 3146 | 77,5813708029888 | 72,3126583944705 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Угерське-14-15 | -1,16913362190966 | 1,74104873688454 | 0,00051800051800 | 3,91188811188811 | 1230 | 369 | 0 | 5,88624708624709 | 3,91188811188811 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Угерське-16 | 3,456090832880521 | -7,36517642849631 | 0,005101875388451 | 11,3132867132868 | 1989 | 9 | 0 | 11,3591441858028 | 11,3132867132868 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Дашавське | 3,236298168713441 | -1,00573895455874 | 0,01722898905997 | 6,25734265734256 | 2130 | 636 | 2130 | 13,9793741641923 | 28,6000000000002 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Опарське | -3,98405926595767 | 2,978994943421251 | 0,00793256023381 | 3,9986013986014 | 1195 | 6 | 783 | 4,04630314326545 | 10,123642672993 |

Рис. 4. У виділених стовпцях містяться значення фактичних об'ємів акумульованого газу у кожному ПСГ на кінець відбору та значення функцій піковості.

В обох прикладах сумарний об'єм газу, який нагнітався в сховища, становив 6 059.00 млн. $\frac{м^3}{добу}$. Загальна піковість становить 112,852 млн. $\frac{м^3}{добу}$.

Таблиця 3

Розподіл об'ємів газу в процесі його відбирання

| Назва ПСГ | C1*x^3 | C2*x^2 | C3*x | C4 | Загальний об'єм | Активний об'єм | Розв'язок | Піковість | Піковість (розв) |
|---|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|-----------------|----------------|-----------|------------------|------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> Більче-Волицьке | 2,300891947408631 | -3,92197191505235 | 0,02311748708807 | 31,2377622377604 | 10200 | 5039 | 3146 | 77,5813708029888 | 72,3126583944705 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Угерське-14-15 | -1,16913362190966 | 1,74104873688454 | 0,00051800051800 | 3,91188811188811 | 1230 | 369 | 0 | 5,88624708624709 | 3,91188811188811 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Угерське-16 | 3,456090832880521 | -7,36517642849631 | 0,005101875388451 | 11,3132867132868 | 1989 | 9 | 0 | 11,3591441858028 | 11,3132867132868 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Дашавське | 3,236298168713441 | -1,00573895455874 | 0,01722898905997 | 6,25734265734256 | 2130 | 636 | 2130 | 13,9793741641923 | 28,6000000000002 |
| <input checked="" type="checkbox"/> Опарське | -3,98405926595767 | 2,978994943421251 | 0,00793256023381 | 3,9986013986014 | 1195 | 6 | 783 | 4,04630314326545 | 10,123642672993 |

Рис. 5. У виділених стовпцях містяться значення розрахованих оптимальних об'ємів акумульованого газу у кожному ПСГ на кінець відбору та значення функцій піковості

Загальна піковість становитиме 126,261 млн. $\frac{м^3}{добу}$. Зазначимо, що для досягнення максимальної піковості не потрібно використовувати пласти Угерських сховищ.

Висновки

Результати роботи запропонованого алгоритму перевірено аналітичними (точними) методами. Незначна неточність роботи алгоритму породжується його дискретністю. Міняючи крок роботи алгоритму, можемо встановити межі точності отриманого результату. У проведених числових розрахунках зміною кроку алгоритм знайшов точний розв'язок. Швидкодія алгоритму слабко залежить від кількості ПСГ, оскільки його складність є лінійною відносно кількості газосховищ.

1. Тетерев И.Г., Шешуков Н.Л., Нанивский Е.М. Управление процессами добычи газа. – М.: Недра, 1981. – 248 с. 2. Вечерік Р.Л., П'янило Я.Д., Притула М.Г., Хасецький Ю.Б. Математичне моделювання процесу руху газу в системі пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід // *Нефть и газ*. – 2004. – № 6. – С. 83–89. 3. Вечерік Р.Л., П'янило Я.Д., Притула М.Г., Хасецький Ю.Б. Математичний аналіз акумулюючої здатності газонесних пластів ПСГ // *Нафтова і газова промисловість*. – 2005. – № 6. – С. 55–59. 4. П'янило Я.Д., Притула М.Г. Дослідження впливу параметрів пласту та привибійної області свердловини на розрахунок дебіту свердловини. // *Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології* // *Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка"*. – 2002. – № 392. – С. 45–49. 5. Вечерік Р.Л., П'янило Я.Д., Притула М.Г., Хасецький Ю.Б. Математичне моделювання процесу руху газу в системі пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід // *Нефть и газ*. – 2004. – № 6. – С. 83–89. 6. Лопух Н.Б., П'янило Я.Д., Притула М.Г., Притула Н.М. Розрахунок початково – граничних умов в задачах фільтрації газу в пористих середовищах // *Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка: Комп'ютерні науки та інформаційні технології"*. – Львів, 2009. – № 638. – С. 239–243.

УДК 519.81+519.863+004.942

О. Верес, Ю. Верес

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра інформаційних систем та мереж

РОЗПОДІЛ ОБМЕЖЕНИХ РЕСУРСІВ ЗАСОБАМИ СППР

© Верес О., Верес Ю., 2012

Описано методології планування потреб у ресурсах. Проаналізовано програмні комплекси систем розподілу ресурсів і обґрунтовано потребу в розробленні своєї системи підтримки прийняття рішень. Проведено тестування прототипу СППР розподілу обмежених ресурсів, яка реалізує розроблені моделі та алгоритми.

Ключові слова: метод аналітичної ієрархії, обмежений ресурс, пріоритет, прийняття рішень, система підтримки прийняття рішень.

In the article describes the methodology of planning resource needs. The analysis of software systems and resource allocation systems proved the need to develop their decision support systems. Testing of the prototype DSS allocation of scarce resources, implementing the developed models and algorithms.

Key words: analytic hierarchy method, limited resources, priority, decision-making, Decision Support System.

Вступ. Загальна постановка проблеми

Без відповідних бізнес-процесів, стандартів і інструментів ефективний розподіл і постачання обмежених ресурсів є неможливим. Навіть, навпаки, неефективне управління ресурсами може значно збільшити ризик невиконання проектів. Прийняття рішень – підґрунтя будь-якого управління.