

# Лінійний режим роботи однобітного багатоконтурного сигма-дельта модулятора

Р.В. Кочан<sup>1</sup>

**Abstract** – There is considered the simulation mathematical model of single bit multiloop sigma-delta modulator in this paper. It is formulated the condition and criterion of this modulator operation in linear mode.

**Key words** – Multiloop Sigma-Delta Modulator, Linear Operation Mode, Simulation Model.

## I. ВСТУП

Сигма-дельта модулятор (СДМ) на сьогодні – апаратна база найточніших аналого-цифрових перетворювачів (АЦП) [1, 2]. Самі СДМ прийнято поділяти, залежно від розрядності вихідного коду, на одно- та багатобітні [3]. В прецизійних АЦП переважно використовують однобітні СДМ [4, 5]. Однобітні СДМ в свою чергу, в залежності від кількості контурів зворотного зв'язку поділяються на одно- та багатоконтурні.

Структура однобітного багатоконтурного СДМ представлена на рис. 1. Коло прямого поширення сигналу містить набір суматорів  $\otimes$ , набір інтеграторів  $\int$  та синхронний компаратор SC, що складається з власне компаратора та синхронного D-тригера ТТ. Коло зворотного поширення сигналу містить DAC (однобітний цифро-аналоговий перетворювач), що керується вихідним кодом СДМ. Синхроімпульси для тригера ТТ формуються генератором тактових імпульсів G.

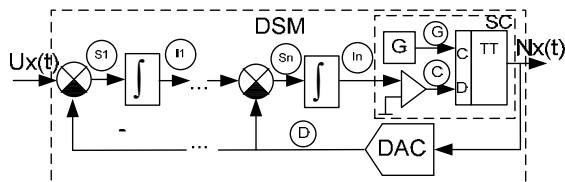


Рис.1. Структура однобітного багатоконтурного СДМ

При дослідженні багатоконтурних СДМ [6] виникла проблема забезпечення їх функціонування в лінійному режимі для кількості контурів зворотного зв'язку більшої двох при зміні вхідних сигналів в широкому динамічному діапазоні. Це зумовлено тим, що, при перевищенні вихідним сигналом одного з інтеграторів вихідної напруги DAC, наступний інтегратор перестане розряджатися. В наступному такті він буде інтегрувати різницю тієї ж полярності, що і в попередньому такті. Тобто напрям зміни вихідного сигналу цього інтегратора не зміниться, отже він буде прямувати до насичення. Це розірве коло зворотного зв'язку, а вихідний код модулятора фіксується в постійному стані. Метою роботи є дослідження умов відсутності описаного режиму і забезпечення стійкої роботи однобітних багатоконтурних СДМ.

Виходячи з традиційного трактування стійкості дискретних систем [7]: «якщо при обмеженому вхідному сигналі вихідний сигнал також обмежений», СДМ завжди стійкий, оскільки його вихідний сигнал приймає скінчену кількість станів, отже умова стійкості завжди виконується. Тому в даному випадку доцільно розглядати не стійкість системи в традиційному значенні, а умову роботи СДМ в лінійному режимі.

## II. ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ ОДНОБІТНОГО БАГАТОКОНТУРНОГО СДМ

Характерні точки СДМ позначено на рис. 1, а залежності напруги у цих точках від часу  $t$  описуються компонентними рівняннями імітаційної моделі СДМ  $n$ -го порядку. Топологічне рівняння лінійної моделі СДМ  $n$ -го порядку (для  $t$ ) можна описати системою рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} U_G(t) = \begin{cases} 1, t \in [k \times T, (k + 0,5) \times T] \\ 0, t \in ((k + 0,5) \times T, (k + 1) \times T) \end{cases} \\ U_C(t) = \begin{cases} 1, U_{In}(t) > 0 \\ 0, U_{In}(t) \leq 0 \end{cases} \\ U_{Si}(t) = U_X(t) - U_D(t) \\ U_{Ii}(t) = \frac{1}{\tau_i} \int_0^t U_{Si}(t) dt; i = \overline{1, n} \\ U_{Si}(t) = U_{I(i-1)}(t) - U_D(t); i = \overline{2, n} \\ N_X(t) = \begin{cases} U_C(t), (U_G(t) = 1) \wedge (U_G(t - \Delta t) = 0) \\ N_X(t - \Delta t) \end{cases} \\ U_D(t) = \begin{cases} E, N_X(t) = 1 \\ -E, N_X(t) = 0 \end{cases} \end{array} \right. , (1)$$

де  $U_X$  – вхідна напруга;  $N_X$  – послідовність вихідних імпульсів, що відповідають напрузі  $U_X$ ;  $U_{S1} \dots U_{Sn}, U_{I1} \dots U_{In}, U_C, U_G, U_D$  – напруги у відповідних точках схеми СДМ;  $\tau$  – постійна часу інтегратора;  $T$  – період генератора тактових імпульсів;  $k$  – ціле число;  $\Delta t \rightarrow 0$  – крок часу моделювання;  $E$  – напруга калібрування АЦП.

## III. ЛІНІЙНИЙ РЕЖИМ РОБОТИ

Умовою лінійного режиму роботи СДМ є

$$U_{I_{MAX_i}} < E, i = \overline{1, n-1} ,$$

де  $U_{I_{MAX_i}}$  – максимальна допустима напруга на виході  $i$ -го інтегратора, яка досягається наприкінці такту

<sup>1</sup> Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, УКРАЇНА, E-mail: kochan.roman@gmail.com

інтегрування, коли напруга на виході попереднього інтегратора, або на вході СДМ для 1-го інтегратора, є максимально допустимою і протилежної полярності до вихідної напруги цифро-аналогового перетворювача ДАС. Цю умову формально можна записати як

$$\begin{cases} U_X = U_{X_{MAX}} > 0 \\ U_D = -E \\ U_{I1}(t) = \frac{1}{\tau_1} \int_0^t (U_{X_{MAX}} + E) dt < E \\ \dots \\ U_{Ii}(t) = \frac{1}{\tau_i} \int_0^t (U_{I_{i-1}} + E) dt < E; i = \overline{2, n-1} \end{cases}, \quad (2)$$

де  $U_{X_{MAX}}$  – максимальне допустиме значення вхідної напруги при лінійному режимі роботи СДМ.

Інтеграл в системі (2) можна представити як

$$\begin{aligned} \int_0^t f(t) dt &= \int_{t-T}^t f(t) dt + C \\ C &= \int_0^{t-T} f(t) dt \end{aligned} \quad (3)$$

Враховуючи (3), умову (2) можна записати як

$$\begin{cases} U_{I_{MAX1}} = \frac{1}{\tau_1} (U_{X_{MAX}} + E) T + C_1 < E \\ U_{I_{MAX2}} = \frac{1}{\tau_2} \frac{1}{\tau_1} (U_{X_{MAX}} + E) \frac{T^2}{2} + \frac{1}{\tau_2} (C_1 + E) T + C_2 < E \\ \dots \\ U_{I_{MAXn-1}} = \prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\tau_i} (U_{X_{MAX}} + E) \frac{T^{n-1}}{(n-1)!} + \prod_{i=2}^{n-1} \frac{1}{\tau_i} (C_1 + E) \times \\ \times \frac{T^{n-2}}{(n-2)!} + \dots + (C_{n-2} + E) T + C_{n-1} < E \end{cases},$$

де  $C_1 \dots C_{n-1}$  – вихідна напруга відповідного інтегратора на початку циклу інтегрування.

Через те, що в стаціонарному режимі роботи вольт-секундні площі імпульсів заряду та розряду інтеграторів рівні між собою, напруга на виході інтегратора є періодичним сигналом з середнім значенням, рівним вхідній напрузі. Тому, в момент початку циклу заряду кожного інтегратора, вона не може її перевищувати, тобто

$$C_i \leq U_{X_{MAX}}, i = \overline{1, n-1}.$$

Отже умову лінійної роботи СДМ можна представити як

$$\sum_{i=1}^m \left( \frac{T^i}{i!} \prod_{j=1}^m \frac{1}{\tau_j} \right) < E \frac{1-K}{1+K}; m = \overline{1, n-1}, \quad (4)$$

$$\text{де } K = \frac{U_{X_{MAX}}}{E}.$$

В доповіді буде представлено результати дослідження моделей СДМ з параметрами розрахованими згідно (4) та різною кількістю контурів зворотного зв'язку.

#### IV. ВИСНОВКИ

Таким чином, на базі аналізу імітаційної математичної моделі однобітного багатоконтурного сигма-дельта модулятора сформульовано умову та виведено критерій лінійного режиму роботи такого модулятора з довільною кількістю контурів зворотного зв'язку. Проведена з допомогою імітаційного моделювання верифікація отриманих згідно виведеного критерію схем сигма-дельта модулятора показала відсутність порушення лінійного режиму роботи при зміні вхідних сигналів в заданому наперед діапазоні.

#### СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- [1] Kester W. Which ADC Architecture Is Right for Your Application? // Analog Dialogue. – 2005. – Vol. 39, № 2. p.11-19 (URL: <http://www.analog.com/library/analogdialogue/archives/39-06/architecture.pdf>).
- [2] Fowler K. Part 7: analog-to-digital conversion in real-time systems. IEEE Instrumentation & Measurement Magazine. 2003. Vol. 6. Issue 3. pp. 58-64.
- [3] Fernando Medeiro, Angel Pérez-Verdú, and Angel Rodríguez-Vázquez. Top-Down Design of High-Performance Sigma-Delta Modulators. (The Springer International Series in Engineering and Computer Science). Kluwer Academic Pub. 1999. pp. 287.
- [4] Аналого-цифровое преобразование. Под ред. Уолта Кестера. М.: «Техносфера», 2007. – 1016с.
- [5] Голуб В.С. Сигма-дельта-модуляторы и АЦП // Технологии и конструирование в электронной аппаратуре, 2003, № 4, ст. 35 – 41.
- [6] Кочан Р.В. Вплив параметрів інтеграторів на нелінійність сигма-дельта модулятора високого порядку // Відбір та обробка інформації. – Львів, 2010, вип. 33(109), ст. 52 – 59.
- [7] Кузин Л.Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. М. – 1962 Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы. с. 684.