

Опубліковано у:

Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Серія “Електроніка”. – 2004,  
№ 514. – С. 60-71.

УДК 621.315.592

О.А. Бурій, С.Б. Убізький, С.С. Мельник, А.О. Матковський  
Національний університет “Львівська політехніка”

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ГЕНЕРАЦІЇ В МІКРОЧІПОВИХ ЛАЗЕРАХ

© О.А. Бурій, С.Б. Убізький, С.С. Мельник, А.О. Матковський, 2004

## SIMULATION OF LASING PROCESS IN MICROCHIP LASERS

© О.А. Buryy, S.B. Ubizskii, S.S. Melnyk, A.O. Matkowski, 2004

Розглядаються монолітні мікрочіпові лазери на основі ітрій-алюмінієвого гранату (YAG), активованого неодимом (Nd:YAG) та іттербієм (Yb:YAG), пасивна модуляція добротності яких здійснюється за допомогою епітаксійно нарощеного шару Cr<sup>4+</sup>:YAG. Визначаються оптимальні з точки зору досягнення максимальної енергії в лазерному імпульсі значення радіуса пучка накачки, параметрів абсорбера (товщини абсорбера та концентрації фототропних центрів Cr<sup>4+</sup>) та коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала. Обґрунтовується можливість досягнення вищих значень енергії в імпульсі при використанні в якості генеруючого середовища кристалу Yb:YAG у порівнянні із традиційним Nd:YAG.

Ключові слова – мікрочіповий лазер, пасивна модуляція добротності, ітрій-алюмінієвий гранат.

The monolith Q-switched microchip lasers based on the yttrium-aluminum garnet single crystal (YAG) activated with neodymium (Nd:YAG) or the ytterbium (Yb:YAG), passively modulated by the epitaxially grown Cr<sup>4+</sup>:YAG layer, are considered. The optimal values of the pumping beam radius, absorber parameters (its thickness and the phototropic centers Cr<sup>4+</sup> concentration) and the output mirror reflectivity as well are determined from the point of view of maximizing the laser pulse energy. The possibility to reach the higher values of the laser pulse energy is substantiated in generating medium based on the Yb:YAG crystal in comparison in comparison with a more traditional Nd:YAG.

Key words – microchip laser, Q-switching, yttrium-aluminum garnet.

### Вступ

Останнім часом велика увага приділяється так званим мікрочіповим лазерам, особливістю яких є малі розмірів при достатньо великій вихідній середній потужності – соті долі Вт в неперервному режимі, одиниці – десятки мкДж у імпульсі при частоті ~ 1кГц при модуляції добротності, що робить ці лазери зручними компактними джерелами когерентного випромінювання в багатьох застосуваннях – далекометрія близьких та середніх віддалей, робототехніка, топографування фасадів у будівництві та архітектурі, медицина, зв'язок,. Характерною для мікрочіпових лазерів є генерація на поперечній моді TEM<sub>00</sub> та одній поздовжній моді (останнє обумовлюється малою довжиною резонатора). Дзеркала в таких лазерах формуються на гранях лазерного кристалу, при цьому стійкість резонатора досягається внаслідок того, що нагрівання кристалу

випромінюванням накачування веде до його дещо більшого розширення в середній частині, ніж на краях. В залежності від необхідних у кожному конкретному випадку застосування властивостей випромінювання можуть здійснюватися генерація вищих гармонік (для цього використовується нелінійний кристал, як правило,  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ ), перебудова частоти, модуляція добротності (активна або пасивна), синхронізація мод, тощо [1–4].

В даній роботі розглядаються задачі моделювання процесу генерації та оптимізації параметрів мікročіпового лазера з пасивною модуляцією добротності. Такі лазери складаються з підкладки (як правило, на основі кристалу  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$  (YAG) з домішкою  $\text{Nd}^{3+}$ ) з нанесеним на неї шаром, найчастіше  $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ , який відіграє роль модулятора завдяки здатності іонів  $\text{Cr}^{4+}$  в тетраедричній координації до нелінійного поглинання. Лазерне випромінювання поглинається в абсорбері на переході  ${}^3\text{A}_2 \rightarrow {}^3\text{T}_2$  іона  $\text{Cr}^{4+}$  (із основного рівня на збуджений) та  ${}^3\text{T}_2 \rightarrow {}^3\text{T}_1$  (із нижчого збудженого рівня на верхній) [5]. Оптимізація параметрів такого лазера полягає у визначенні таких значень коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала  $R_2$ , товщини абсорбера  $l_s$ , концентрації іонів  $\text{Cr}^{4+}$  в абсорбері  $n_{s0}$  (або початкового пропускання  $T_0$ ) та радіуса пучка накачки  $r_p$ , які забезпечують максимальне значення енергії в лазерному імпульсі. Підхід до задачі оптимізації, використаний в даній роботі, базується на розв'язанні системи швидкісних рівнянь [5], які описують процеси зміни інверсії в генеруючому середовищі, поглинання в абсорбері та генерації випромінювання. При цьому в роботі порівнювалися результати, отримані за допомогою чисельного розв'язання системи швидкісних рівнянь з результатами розрахунку за наближеними аналітичними виразами. Таке порівняння дає можливість оцінити точність аналітичних виразів, а також більш повно провести оптимізацію – зокрема, роздільно оптимізувати модулятор добротності за товщиною  $l_s$  та за концентрацією активної домішки  $n_{s0}$  а не лише за початковим пропусканням, як це має місце при використанні аналітичних співвідношень.

Така оптимізація параметрів мікročіпового лазера дозволяє визначити максимально досяжне теоретичне значення енергії (та пікової потужності) для різних генеруючих середовищ, а отже провести їх порівняльний аналіз. В роботі такий підхід застосовується для порівняння ефективності мікročіпових лазерів на основі генеруючих середовищ  $\text{Nd}:\text{YAG}$  та  $\text{Yb}:\text{YAG}$ . Дане дослідження обумовлено рядом властивостей  $\text{Yb}^{3+}$  – легованого генеруючого середовища, які дозволяють очікувати досягнення на кристалі  $\text{Yb}:\text{YAG}$  більших значень енергії у лазерному імпульсі мікročіпового лазера у порівнянні із традиційним  $\text{Nd}:\text{YAG}$ . До переваг середовища  $\text{Yb}:\text{YAG}$ , у порівнянні з  $\text{Nd}:\text{YAG}$ , слід віднести більшу ефективність накачки, пов'язану із меншими стоксовими втратами, мале термічне навантаження, ширшу смугу поглинання в області накачки, довший час життя на збудженому рівні. Перевагою іонів  $\text{Yb}^{3+}$  є також відсутність концентраційного гасіння за механізмом крос-релаксації між активними іонами і можливість збільшення концентрації ітербію в монокристалах YAG аж до повного заміщення іонів ітрію [6–7]. У той же час, переріз лазерного переходу для генеруючого середовища  $\text{Yb}:\text{YAG}$  є меншим за відповідний переріз для  $\text{Nd}:\text{YAG}$ . У роботі показано, що перелічені переваги іонів  $\text{Yb}^{3+}$  обумовлюють помітно вищу ефективність лазера на  $\text{Yb}:\text{YAG}$  з модуляцією добротності за умови забезпечення оптимального розміру пучка накачки та/або достатньо високої потужності накачки.

## 1. Моделювання процесу генерації та оптимізація параметрів мікрочіпового лазера із пасивною модуляцією добротності

Метод, що використовувався для оптимізації параметрів мікрочіпового лазера з модуляцією добротності (коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала  $R_2$ , товщини модулятора  $l_s$ , концентрації іонів  $\text{Cr}^{4+}$   $n_{s0}$ , радіуса пучка накачки  $r_p$ , довжини генеруючого середовища  $l_a$ ) базується на моделі Ксіао-Басса [4, 8], що є системою трьох швидкісних рівнянь, які описують динаміку процесів зміни інверсії в генеруючому середовищі, поглинання в абсорбері та генерації випромінювання:

$$\begin{cases} \frac{dn_a}{dt} = -n_a \frac{\sigma_a c_0}{V'} q - \frac{n_a}{\tau_{fa}} + W_p (n_{a0} - n_a), \\ \frac{dn_s}{dt} = -n_s \frac{\sigma_1 c_0}{V'} q + \frac{n_{i0} - n_s}{\tau_{fs}}, \\ \frac{dq}{dt} = (2n_a \sigma_a l_a - 2n_s \sigma_1 l_s - 2(n_{i0} - n_s) \sigma_2 l_s - L) \frac{q}{t_r} + \varepsilon \cdot (n_a + n_{a0}) c_0 \sigma_a \frac{l_a}{l'}. \end{cases} \quad (1)$$

Тут  $c_0 = 3 \cdot 10^8$  м/с,  $n_{a0}$  – концентрація активатора,  $n_{a0} \approx 26.6 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup> для Yb та  $1.387 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup> для Nd,  $n_{s0}$  – концентрація іонів  $\text{Cr}^{4+}$ ,  $n_{s0} \sim 10^{17} \div 10^{19}$  см<sup>-3</sup>,  $n_a$  – інверсія в генеруючому середовищі,  $n_s$  – концентрація незбуджених іонів  $\text{Cr}^{4+}$ , переріз лазерного переходу для Yb:YAG складає  $\sigma_a = 2 \cdot 10^{-20}$  см<sup>2</sup>, для Nd:YAG –  $\sigma_a = 3.5 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup>,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  – перерізи переходів із основного рівня абсорбера на нижній збуджений та з нижнього на верхній збуджений відповідно,  $\sigma_1 = 1.5 \cdot 10^{-18}$  см<sup>2</sup>,  $\sigma_2 = 1.0 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup>, часи життя верхнього лазерного рівня  $\tau_{fa} = 0.951$  мс для Yb:YAG та 0.23 мс для Nd:YAG,  $\tau_{fs}$  – час життя збудженого рівня іона  $\text{Cr}^{4+}$ ,  $\tau_{fs} = 3.5$  мкс, довжина генеруючого середовища  $l_a \sim 1$  мм,  $l_s$  – товщина абсорбера,  $l_s \sim 10 \div 250$  мкм,  $l' = n(l_a + l_s)$  – оптична довжина резонатора,  $n$  – показник заломлення,  $n = 1.816$  для Nd:YAG та 1.823 для Yb:YAG,  $t_r = 2l'/c_0$  – час повного проходження фотонем резонатора,  $W_p$  – швидкість накачування,  $W_p = \frac{\eta P_p}{n_g V h \nu_p}$ ,

$V = l_a \cdot S$ , де  $S = \pi r_p^2$  (у всіх розрахунках вважатимемо, що існує узгодження між радіусом пучка накачування  $r_p$  та радіусом перетяжки пучка,  $r_p = \rho_0/2$ , тобто що коефіцієнт заповнення перерізу активного середовища  $\eta_A = \rho_0^2/4r_p^2 = 1$ ),  $n_g$  – концентрація іонів активатора на основному рівні,  $n_g \approx n_{a0} - n_a$ ,  $\nu_p$  – частота випромінювання накачування,  $\nu_p = c_0/\lambda_p$ ,  $\lambda_p$  – довжина хвилі випромінювання накачування,  $\lambda_p = 808$  нм для Nd:YAG і 940 нм для Yb:YAG,  $\varepsilon$  – безрозмірний параметр, що описує відносну потужність спонтанного випромінювання,  $\varepsilon \sim 10^{-13}$  [9],  $V'$  – ефективний об'єм моди,  $V' = (l'/l_a) V_a$ ,  $V_a$  – об'єм моди (за умови узгодження розмірів пучків накачування та генерації  $V_a = V$ ),  $L = -\ln R_1 R_2 + L_i$  – загальні втрати,  $L_i$  – сумарні дифракційні втрати та втрати на поглинання в генеруючому середовищі та абсорбері (за винятком втрат на насичувальне поглинання на переходах у абсорбері),  $L_i \approx 0.03$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  – коефіцієнти відбивання вхідного ( $R_1 \approx 1$ ) та вихідного дзеркал на довжині хвилі лазерного випромінювання,  $q$  – кількість фотонів в резонаторі, зв'язана із вихідною потужністю лазера співвідношенням

$P(t) = \frac{h\nu}{t_r} \ln\left(\frac{1}{R_2}\right) q(t)$ ,  $\nu$  – частота лазерного випромінювання,  $\nu = c_0/\lambda$ ,  $\lambda$  – довжина хвилі лазерного випромінювання,  $\lambda = 1064$  нм для Nd:YAG, 1030 нм для Yb:YAG. Енергію в

імпульсі можна визначити як  $E = \int P(t)dt$ , де межі інтегрування визначаються тривалістю імпульсу.

Визначення гранично досяжного для даного лазера значення енергії в імпульсі є оптимізаційною задачею, цільовою функцією в якій є енергія, а параметрами оптимізації – коефіцієнт відбивання вихідного дзеркала  $R_2$ , товщина модулятора  $l_s$ , концентрація іонів  $\text{Cr}^{4+}$   $n_{s0}$ , радіус пучка накачування  $r_p$ , довжина генеруючого середовища  $l_a$ . Задачу оптимізації параметрів мікрочіпового лазера можна, у принципі, розв'язати, розраховуючи аналітично, чи чисельно, енергію в лазерному імпульсі  $E$  при параметрах  $R_2$ ,  $l_s$ ,  $n_{s0}$ ,  $r_p$ ,  $l_a$ , кожен з яких пробігає область можливих значень. Проте, значного спрощення даної задачі можна досягнути, встановивши між шуканими параметрами ряд співвідношень, що виходять із задачі оптимізації.

Розглянемо як чисельні, отримані за допомогою метода Рунге–Кутта четвертого порядку, так і наближені аналітичні розв'язки системи (1). Використання чисельного методу дозволяє здійснити оптимізацію параметрів мікрочіпового лазера окремо за товщиною модулятора  $l_s$  та за концентрацією іонів  $\text{Cr}^{4+}$  в абсорбері  $n_{s0}$ , що не може бути реалізовано за допомогою аналітичних розв'язків. Крім того, такий підхід дозволяє оцінити точність аналітичного розв'язання системи швидкісних рівнянь. Всі розрахунки в даній частині роботи проводитимуться для кристала Nd:YAG. Результати для Yb:YAG, представлені далі, легко отримуються при відповідній заміні параметрів генеруючого середовища в рівняннях.

### 1.1. Оптимізація за коефіцієнтом відбивання вихідного дзеркала та початковим пропусканням абсорбера

Наближені розв'язки системи (1) можна отримати, нехтуючи у рівняннях системи доданками, що описують процеси накачування та спонтанні переходи з вищих рівнів на нижчі [8]. Зокрема, для пікової потужності та енергії в імпульсі при цьому можна отримати:

$$P_{max} = \frac{h\nu S l'}{t_r} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \left\{ n_{ai} - n_{af} - \frac{n_{s0} l_s}{l_a} \left( 1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \left( 1 - \left( \frac{n_{af}}{n_{ai}} \right)^{\sigma_1/\sigma_a} \right) - \frac{L_i - \ln(R_1 R_2) + 2\sigma_2 l_s n_{s0}}{2\sigma_a l_a} \ln \left( \frac{n_{ai}}{n_{af}} \right) \right\}, \quad (2)$$

$$E = \frac{h\nu S}{2\sigma_a} \ln(R_1 R_2) \ln \left( \frac{n_{af}}{n_{ai}} \right), \quad (3)$$

де  $n_{ai}$  та  $n_{af}$  – інверсія в генеруючому середовищі відповідно до та після випромінювання лазерного імпульсу. Між параметрами  $n_{ai}$  та  $n_{af}$  існує додатковий зв'язок, що встановлюється рівнянням [8]:

$$n_{ai} - n_{af} - n_{s0} \frac{l_s}{l_a} \left( 1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \left( 1 - \left( \frac{n_{af}}{n_{ai}} \right)^{\sigma_1/\sigma_a} \right) - \frac{L_i - \ln(R_1 R_2) + 2\sigma_2 l_s n_{s0}}{2\sigma_a l_a} \ln \left( \frac{n_{ai}}{n_{af}} \right) = 0. \quad (4)$$

Товщина абсорбера  $l_s$  та концентрація іонів хрому  $n_{s0}$  входять до (4) у вигляді добутку, таким чином, енергія в імпульсі в наближенні, використаному при отриманні (2), (3), є функцією лише початкового пропускання  $T_0 = \exp(-\sigma_1 l_s n_{s0})$  (або оптичної густини  $D_0 = -lg T_0$ ).

Генерація лазерного імпульсу розпочинається, коли підсилення в активному середовищі дорівнює втратам (точніше перевищує їх на деяку незначну величину), тобто коли інверсія  $n_a$  досягає величини, достатньої для виконання умови генерації:

$$2\sigma_a l_a n_a - 2\sigma_1 l_s n_{s0} - L_i + \ln(R_1 R_2) = 0. \quad (5)$$

Верхній збуджений рівень абсорбера перед початком генерації є практично порожнім, отже доданок з  $\sigma_2$  є відсутнім у (5).

Енергія імпульсу зростає із зростанням інверсії  $n_{ai}$  перед початком генерації імпульсу (при фіксованому значенні  $n_{af}$  – див. (3)), яка, як випливає з (5), є прямо пропорційною до оптичної густини абсорбера. Отже, енергія імпульсу є тим більшою, чим більшими є нелінійні втрати в поглиначі, тобто чим меншим є його початкове пропускання  $T_0$  (при інших фіксованих параметрах). Проте, суттєве зменшення початкового пропускання приведе до ситуації, коли умова генерації (5) перестане виконуватися при заданій швидкості накачування та коефіцієнті відбивання вихідного дзеркала  $R_2$ . Таке зникнення генерації пов'язано із тим, що при фіксованій швидкості

накачування  $W_p$  максимально досягне значення інверсії складає  $n_{amax} = \frac{\eta P_p}{V h \nu_p} \tau_{fa}$ , як

можна отримати з першого з рівнянь системи (1), поклавши в ньому  $q \approx 0$  та підставивши вираз для  $W_p$ . При зменшенні початкового пропускання генерація зникне, коли перестане виконуватися умова

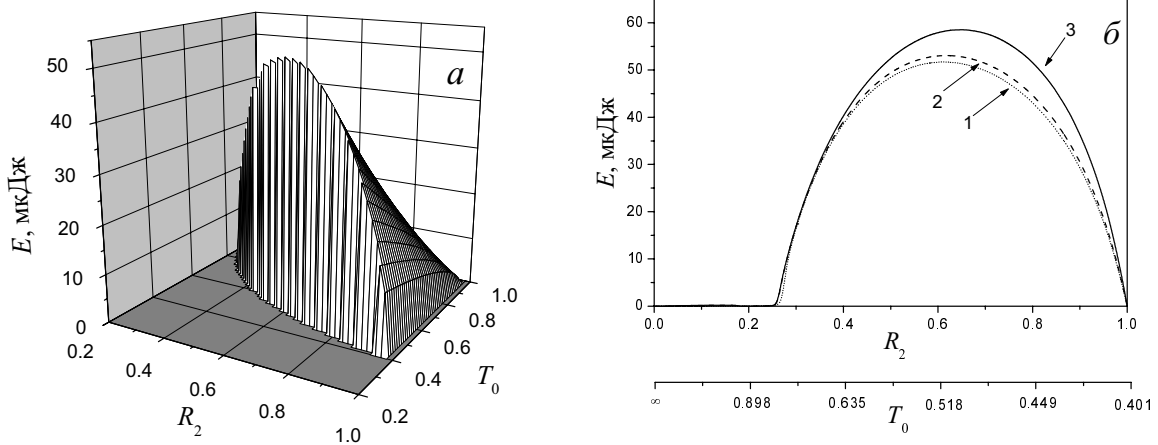
$$2\sigma_a l_a n_{amax} \geq 2\sigma_1 l_s n_{s0} + L_i - \ln(R_1 R_2), \quad (6)$$

тобто максимально досяжний рівень підсилення завжди залишатиметься меншим за втрати. Таким чином, зменшення початкового пропускання веде до зростання енергії в лазерному імпульсі, якщо тільки умова (6) не порушується. Очевидно, максимального значення енергії імпульсу при зменшенні  $T_0$  буде досягнуто, коли у рівнянні (6) виконається рівність, тобто коли втрати, що вносяться абсорбером, будуть забезпечувати досягнення максимально значення інверсії  $n_{amax}$  (на практиці ліва частина (6) має лишатися на деяку незначну величину більшою за праву). Дані міркування ілюструються рис. 1а, на якому представлено результати розрахунку за формулами (3), (4) енергії в імпульсі мікročіпового лазера у залежності від початкового пропускання  $T_0$  та коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала  $R_2$ . Розрахунки проводилися за аналітичними виразами (3), (4) при ефективній потужності накачування  $\eta P_p = 0.5$  Вт, довжині генеруючого середовища  $l_a = 1$  мм та радіусі пучка накачування  $r_p = 75$  мкм. Як видно з рисунку, область значень  $T_0$  та  $R_2$  розбивається на дві підобласті, одна з яких відповідає наявності генерації, інша – її відсутності. Максимальні значення енергії реалізуються, як видно з рис. 1а, на межі цих областей, що, як випливає з (6), задається рівнянням:

$$T_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2}} \exp(-\sigma_a l_a n_{a \max} + L_i/2). \quad (7)$$

Рівняння (7) встановлює зв'язок між оптимальними з точки зору досягнення максимальної енергії в імпульсі значеннями початкового пропускання та коефіцієнту відбивання вихідного дзеркала мікрочіпового лазера. Слід відзначити, що, згідно з (7), при  $R_2 \rightarrow 0$  величина початкового пропускання  $T_0 \rightarrow \infty$ . Це означає, що при достатньо малих  $R_2$  генерація відсутня, оскільки величина початкового пропускання за визначенням не може перевищувати одиницю.

Таким чином, оптимізація параметрів мікрочіпового лазера за початковим пропусканням та коефіцієнтом відбивання вихідного дзеркала (при інших фіксованих параметрах) полягає у розрахунку енергії вздовж границі області генерації.



**Рис. 1.** Залежність енергії від коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала  $R_2$  та початкового пропускання абсорбера  $T_0$  (а); коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала  $R_2$ , (б) при розрахунку початкового пропускання за (7) при  $n_{s0} = 10^{17} \text{ см}^{-3}$  (1),  $n_{s0} = 10^{18} \text{ см}^{-3}$  (2),  $n_{s0} = 10^{19} \text{ см}^{-3}$  (3).

Як зазначалося, в аналітичних виразах для розрахунку енергії товщина абсорбера  $l_s$  та концентрація активних іонів  $n_{s0}$  входять лише у вигляді добутку, що дозволяє спростити задачу оптимізації, здійснюючи її за початковим пропусканням  $T_0$ . В той же час ряд доданків у рівняннях системи (1) містять окремо величини  $n_{s0}$  (другий доданок у правій частині рівняння, яке описує процес поглинання в абсорбері) та  $l_s$  (через посередництво величин  $V'$  та  $t_r$ ). Роздільну оптимізацію за товщиною абсорбера та концентрацією активних іонів можна здійснити лише чисельно. Результати такого розрахунку представлено на рис. 1б. Три різні залежності на рисунку відповідають одному й тому самому значенню початкового пропускання  $T_0$  (зв'язаного з коефіцієнтом відбивання рівнянням (7)), проте трьом різним значенням концентрацій іонів  $\text{Cr}^{4+}$  (і, відповідно, трьом різним значенням товщини абсорбера  $l_s = \frac{-\ln T_0}{\sigma_1 n_{s0}}$ ). Як видно з рис. 1б,

збільшення концентрації іонів хрому  $n_{s0}$  при постійному початковому пропусканні веде до деякого збільшення енергії лазерного імпульсу. Максимально досяжні значення енергії в імпульсі складають 51.7, 53.1, 58.5 мкДж для концентрацій  $n_{s0} = 10^{17}$ ,  $10^{18}$ ,  $10^{19}$

см<sup>-3</sup> відповідно (останнє із значень концентрацій приблизно відповідає найбільшому технологічно досяжному значенню). Відносне збільшення енергії складає близько 13% при збільшенні концентрації від 10<sup>17</sup>см<sup>-3</sup> до 10<sup>19</sup>см<sup>-3</sup>. Як видно з рис. 1а, аналітичний розрахунок дає для максимальної енергії величину 51.9 мкДж, що відповідає похибці приблизно у 12.7% при концентрації іонів Cr<sup>4+</sup>, близької до технологічно досяжної. Таким чином, збільшення концентрації чотирьохвалентних іонів хрому у абсорбері із одночасним зменшенням його товщини (для забезпечення оптимального початкового пропускання) веде до зростання енергії в імпульсі мікрочіпового лазера на величину порядку 15%.

### 1.2. Оптимізація за розміром пучка накачування

Як видно з (3) і зрозуміло із загальних міркувань, енергія в лазерному імпульсі зростає із зростанням інверсії заселеності в генеруючому середовищі. Закон, за яким відбувається збільшення інверсії протягом часу між лазерними імпульсами, можна отримати з першого рівняння системи (1), поклавши у ньому  $q = 0$ . В результаті знаходимо:

$$n_a = n_{a\max} - (n_{a\max} - n_{af}) \exp\left(-\frac{t}{\tau_{fa}}\right), \quad (8)$$

де час відраховується від моменту закінчення попереднього імпульсу.

Інтервал між імпульсами  $\Delta t$  та їхня частота повторення  $F$  можуть бути легко визначені з (8), якщо врахувати, що для мікрочіпових лазерів з модуляцією добротності тривалість імпульсів  $t_p$  є набагато меншою за  $\Delta t$ , а значення інверсії, що досягається перед початком генерації імпульсу дорівнює  $n_{ai}$  (див. (4)):

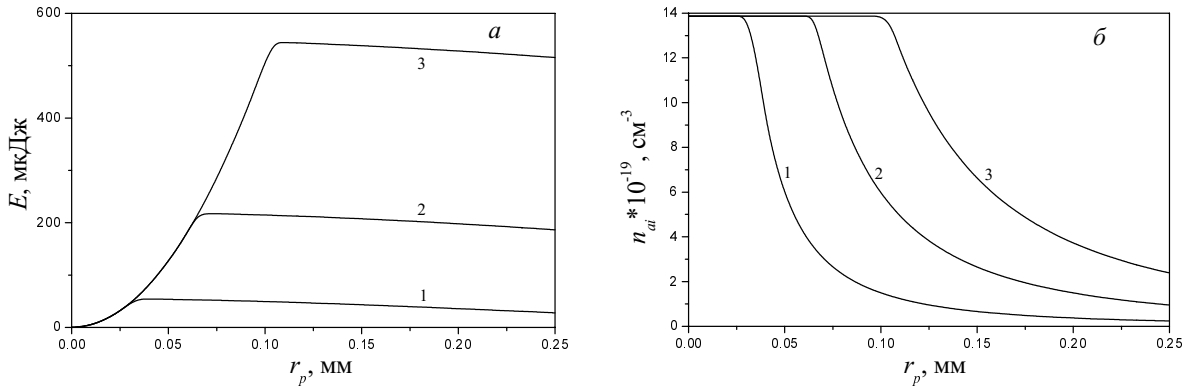
$$\Delta t = \frac{1}{F} = \tau_{fa} \ln\left(\frac{n_{a\max} - n_{af}}{n_{a\max} - n_{ai}}\right). \quad (9)$$

Як зазначалося вище, максимально досяжне значення інверсії визначається параметрами накачування та генеруючого середовища і складає  $n_{a\max} = \frac{\eta P_p}{V h \nu_p} \tau_{fa}$ . З іншого боку, ця величина, очевидно, не може перевищувати концентрацію активних центрів в генеруючому середовищі  $n_{a0}$  (як відомо, концентраційне гасіння люмінесценції в кристалі Nd:YAG обмежує величину  $n_{a0}$  на рівні близько 1 ат.%). Дана умова дозволяє визначити величину густини потужності накачування, яка забезпечує досягнення гранично допустимого рівня інверсії в генеруючому середовищі:

$$\frac{\eta P_p}{\pi r_p^2 l_a} = \frac{n_{a0} h \nu_p}{\tau_{fa}}. \quad (10)$$

Вважатимемо, що ефективна потужність накачування  $\eta P_p$  та довжина генеруючого середовища  $l_a$  є постійними, а густина потужності накачування може змінюватися за рахунок зміни радіуса пучка накачування  $r_p$ . Зменшення радіуса пучка накачування при фіксованих  $\eta P_p$  та  $l_a$  веде до збільшення густини потужності

накачування, зростання інверсії до величини порядку  $n_{a0}$ , а отже і до збільшення енергії імпульсу випромінювання. Проте, при достатньо малих  $r_p$  суттєвим стає зменшення енергії імпульсу, пов'язане із зменшенням об'єму області генерації (див. (5)). У результаті приходимо до висновку про існування деякого оптимального значення  $r_{p \text{ opt}}$ . Для оцінки цієї величини розрахуємо залежності енергії лазерного імпульсу від  $r_p$  для різних значень потужності накачування, при цьому для кожної з розрахункових точок оптимізацію за початковим пропусканням та коефіцієнтом відбивання вихідного дзеркала здійснюватимемо як описано вище. Результати відповідних розрахунків представлено на рис. 2а, б.



**Рис. 2.** Залежність енергії імпульсу мікročіпового лазера (а) та початкової інверсії (б) від радіуса пучка накачування для різних значень ефективної потужності накачування  $\eta P_p = 0.5$  Вт (1),  $\eta P_p = 2$  Вт (2),  $\eta P_p = 5$  Вт (3).

Характерною особливістю представлених на рис. 2а залежностей є наявність різко несиметричного "порогоподібного" екстремуму при  $r_p = r_{p \text{ opt}}$ , при цьому в точках екстремуму для всіх представлених залежностей, як видно із співставлення рис. 2а та рис. 2б,  $n_a \approx n_{a0}$  (точніше, при  $r_p = r_{p \text{ opt}}$  інверсія  $n_a$  залишається на кілька відсотків меншою за  $n_{a0}$ , проте ця різниця не вносить суттєвих змін у величину енергії лазерному імпульсу).

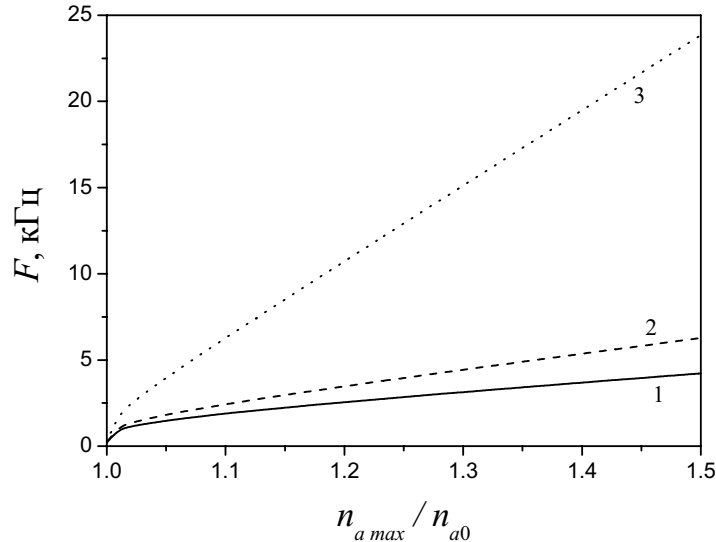
Як видно з рис. 2а, збільшення енергії імпульсу при зменшенні радіуса пучка накачування до значення  $r_{p \text{ opt}}$  є більш відчутним для малих значень ефективної потужності накачування – відносна зміна величини енергії в імпульсі при зменшенні радіуса пучка накачування від 250 мкм до  $r_{p \text{ opt}}$  для ефективної потужності накачування  $\eta P_p = 0.5$  Вт складає 95%, тоді як для  $\eta P_p = 5$  Вт – лише ~6%.

Таким чином, задачу оптимізації за радіусом пучка накачування можна розв'язати наступним чином: при фіксованій ефективній потужності накачування оптична система має забезпечувати достатньо значення радіуса пучка накачування при якому досягається граничний для даного генеруючого середовища рівень інверсії  $n_{a0}$ :

$$r_p = \sqrt{\frac{\eta P_p \tau_{fa}}{\pi l_a n_{a0} h \nu_p}}. \quad (11)$$



Збільшення ефективної потужності накачування при  $r_p = r_{p\text{ опт}}$ , як видно з рис. 2а, не веде до збільшення енергії та пікової потужності в лазерного імпульсу, проте викликати зростання частоти повторення імпульсів  $F$  відповідно до (9), що впливає також безпосередньо із закону збереження енергії. Ця особливість, а також лінійність залежності  $F(n_{a\text{ max}}/n_{a0})$  (де  $n_{a\text{ max}}$  – значення інверсії, що теоретично могло би бути досягнуте при відсутності обмежень за концентрацією активатора) при достатньо великих значеннях  $n_{a\text{ max}}$  (рис. 3) дає можливість керування частотою повторення лазерних імпульсів без зміни параметрів самого імпульсу, що може бути зручним для здійснення частотної імпульсної або позиційної імпульсної модуляції.



**Рис. 3.** Залежність частоти повторення імпульсів  $F$  від  $n_{a\text{ max}}/n_{a0}$  для різних значень відношення  $n_{af}/n_{a0}$  ( $n_{ai} \approx n_{a0}$ ):  $n_{af}/n_{a0} = 0.1$  (1),  $n_{af}/n_{a0} = 0.5$  (2),  $n_{af}/n_{a0} = 0.9$  (3).

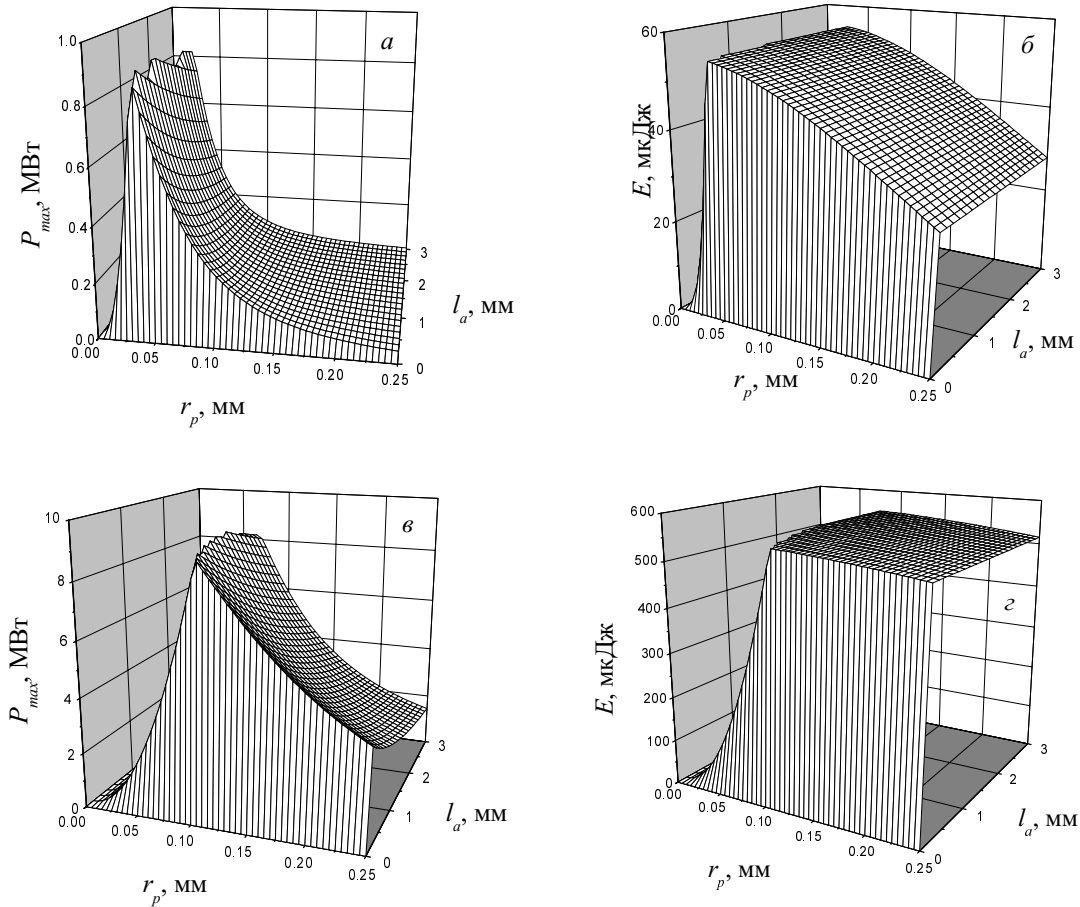
### 1.3. Вплив довжини генеруючого середовища на параметри лазерного імпульсу

Вплив довжини генеруючого середовища на величину енергії в лазерному імпульсі можна визначити, узагальнюючи розглянуту вище задачу, тобто визначаючи оптимальні значення коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала та початкового пропускання для пар значень  $r_p$  та  $l_a$ . Розраховані залежності пікової потужності та енергії імпульсу для значень потужності накачування 0.5 та 5 Вт наведено на рис. 4.

Як видно з рис. 4, при достатньо великих значеннях  $l_a$  ( $\geq 1$  мм) величини пікової потужності та енергії імпульсу практично не залежать від довжини активного середовища, а визначаються лише радіусом пучка накачування (слід зауважити, що при

$l_a \gg 1$  мм умова одномодової генерації  $l_a \leq \frac{c_0}{n\Delta\nu_a}$ , де  $\Delta\nu_a$  – ширина лінії підсилення,

може порушитися). Така несуттєва залежність пікової потужності та енергії від довжини генеруючого середовища дозволяє використовувати в якості останнього як монокристали, так і епітаксійні плівки [10].



**Рис. 4.** Залежності пікової потужності (а, в) та енергії (б, г) в імпульсі мікрочіпового лазера від радіуса пучка накачування  $r_p$  та довжини генеруючого середовища  $l_a$  при ефективних потужностях накачування 0.5 (а, б) та 5 Вт (в, г).

Таким чином, оптимізація мікрочіпового лазера з метою досягнення максимальної енергії лазерного імпульсу із врахуванням 1.1 – 1.3 зводиться до такого: при заданій ефективній потужності накачування та конструктивно обраний (у достатньо широких межах) довжині генеруючого середовища визначається оптимальний радіус пучка накачування за (11). Після цього із залежності  $E = E(R_2)$  визначаються оптимальні значення коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала та початкового пропускання, зв'язок між якими встановлюється співвідношенням (7). При фіксованому значенні початкового пропускання найбільше значення енергії в імпульсі буде забезпечуватися при найбільшому технологічно досяжному значенні концентрації іонів хрому у абсорбері. Таким чином, оптимізація параметрів мікрочіпового лазера фактично може бути зведена до однопараметричної – за коефіцієнтом відбивання вихідного дзеркала або за початковим пропусканням абсорбера.

## 2. Порівняльний аналіз мікрочіпових лазерів з пасивною модуляцією добротності на основі генеруючих середовищ Nd:YAG та Yb:YAG

Застосуємо окреслений вище підхід для порівняння характеристик мікрочіпового лазера на основі генеруючого середовища Yb:YAG з характеристиками більш

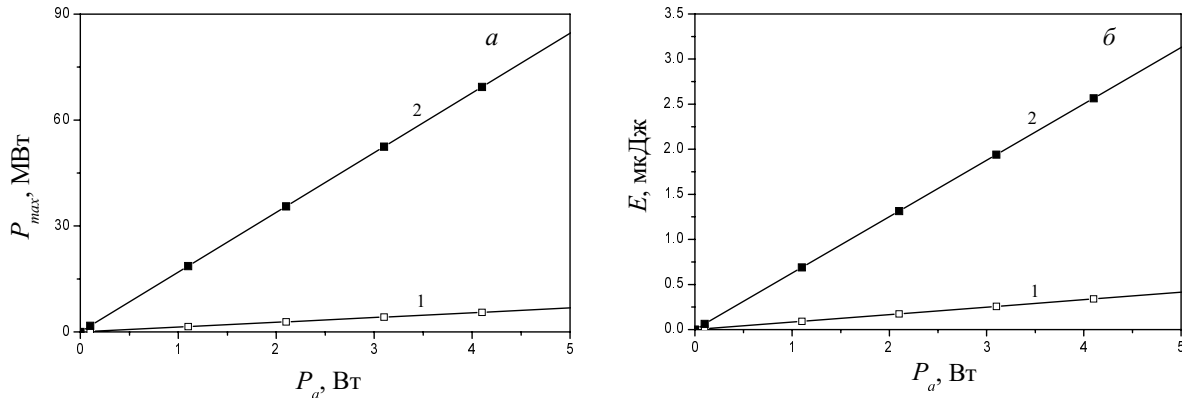
традиційного мікрочіпового лазера на основі Nd:YAG. Як зазначалося у вступі, ряд властивостей середовища Yb:YAG дозволяє очікувати досягнення на кристалі Yb:YAG більших значень енергії у лазерному імпульсі у порівнянні із Nd:YAG. Слід відзначити, що нижній лазерний рівень іттербію є одним із штарківських підрівнів основного рівня, тобто фактично схема генерації в цьому випадку є квазітрирівневою [11]. Проте, оскільки віддаль між нижнім підрівнем штарківського мультиплету та нижнім лазерним рівнем є достатньо великою ( $> kT$ ) цю схему можна розглядати і як чотирирівневу, як це було зроблено, зокрема, у [12]. Розв'язання задачі оптимізації здійснювалося наступним чином: для кожного значення поглинутої потужності накачування (внаслідок значної різниці у стоксівських втратах для Yb:YAG та Nd:YAG розрахунок проводився саме виходячи з величини поглинутої потужності  $P_a$ , а не ефективної потужності накачування) за (11) визначався оптимальний радіус фокусування  $r_{p \text{ opt}}$  (довжина генеруючого середовища в розрахунках покладалася рівною  $l_a = 1$  мм, концентрація іонів активатора  $\text{Yb}^{3+} n_{s0} = 26.6 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  у відповідності з [12]), після чого визначалося оптимальне значення коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала  $R_2$  та відповідний йому коефіцієнт пропускання  $T_0$  (7). Втрати в матеріалі  $L_i$  для обох генеруючих середовищ вважалися однаковими,  $L_i = 0.03$ .

Такий розрахунок дозволяє оцінити теоретично досяжні при даній поглинутій потужності накачування значення пікової потужності та енергії лазерного імпульсу.

Як випливає із розрахунків за (11), значення оптимального радіусу пучка фокусування  $r_{p \text{ opt}}$  для Nd:YAG визначається залежністю  $r_{p \text{ opt}} = 40 \text{ мкм} \cdot \text{Вт}^{-1/2} \sqrt{P_a}$ , а для Yb:YAG  $r_{p \text{ opt}} = 22 \text{ мкм} \cdot \text{Вт}^{-1/2} \sqrt{P_a}$ , тобто є майже вдвічі меншим, що ускладнює досягнення оптимального радіусу фокусування для лазера на Yb:YAG при малих поглинутих потужностях накачування. Зокрема, при малих потужностях накачування суттєвим стає обмеження розміру пучка накачування внаслідок дифракції.

Результати розрахунку залежностей максимально досяжних пікової потужності та енергії імпульсу від поглинутої потужності накачування  $P_a$  наведено на рис. 5.

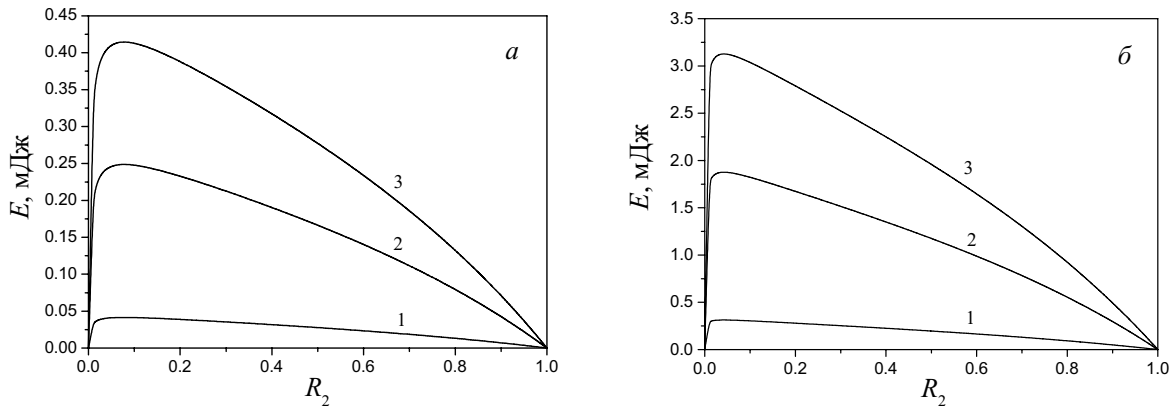
Як видно з рис. 5, заміна генеруючого середовища Nd:YAG в мікрочіповому лазері з модуляцією добротності на Yb:YAG при забезпеченні виконання умови  $r_p = r_{p \text{ opt}}$  веде до значного збільшення як енергії, так і пікової потужності лазерного імпульсу. Лінійність залежностей  $P_{\text{max}}(P_a)$  та  $E = E(P_a)$  дозволяє оцінити гранично досяжні значення енергії та пікової потужності для довільних значень потужності накачування. Зокрема, для поглинутої потужності накачування  $P_a = 5$  Вт гранично досяжні значення енергії складають 0.4 мДж для Nd:YAG та 3 мДж для Yb:YAG – лазера при відповідних пікових потужностях 7 та 86 МВт відповідно.



**Рис. 5.** Максимально досяжні пікова потужність імпульсу (а) та енергія (б) в залежності від поглинутої потужності накачування для Nd:YAG (1) та Yb:YAG (2) – мікрочіпових лазерів з пасивною модуляцією добротності.

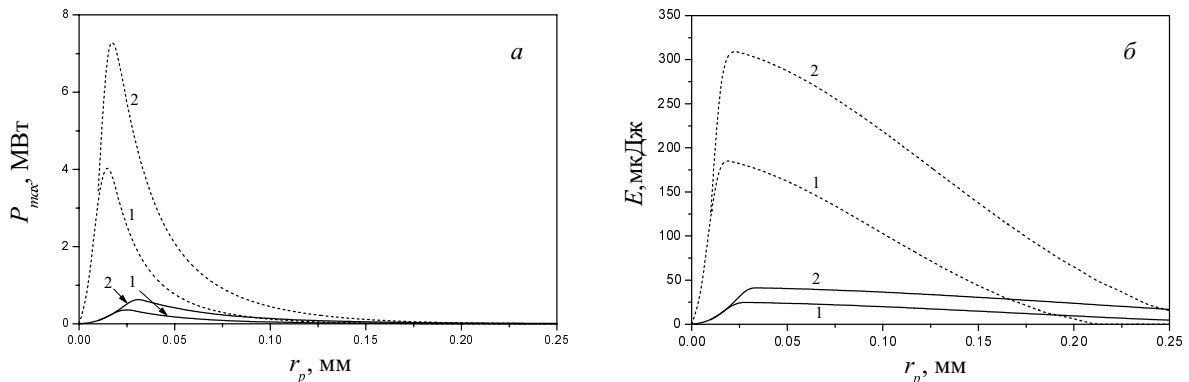
Проведені розрахунки показують, що за умови забезпечення оптимального радіуса пучка накачування  $r_{p\ opt}$  максимально досяжні значення потужності та енергії в імпульсі досягаються при значенні коефіцієнта відбивання  $R_2$ , однаковому для всіх значень поглинутої потужності, що безпосередньо впливає з виразів (2) – (4). Дійсно, при  $n_{ai} = n_{ai\ max}$  та виконанні умови (7) величина інверсії після закінченні генерації імпульсу  $n_{af}$  визначатиметься лише величиною  $R_2$ , а отже і величина енергії та потужності в імпульсі визначатимуться лише коефіцієнтом відбивання (значення оптимального радіуса фокусування  $r_{p\ opt}$  та потужності накачування  $P_p$  полягає лише у забезпеченні досягнення максимального рівня інверсії  $n_{ai\ max}$ ). Слід відзначити, що отримані при розрахунках значення оптимального коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала складають величину  $\sim 0.1$  (рис. 6). При збільшенні радіуса пучка фокусування від  $r_{p\ opt}$  оптимальний коефіцієнт відбивання зростає і при достатньо великих  $r_p \sim 250$  мкм складає величину  $\sim 0.95$ , що відповідає значенню коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала, загальноприйнятому для промислових моделей лазерів. Як видно з рис. 6, збільшення коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала від його оптимального значення веде до зменшення енергії лазерного імпульсу, яке є більш суттєвим при більших значеннях поглинутої потужності накачування.

Максимуми енергії та потужності для середовища Yb:YAG відповідають більшим, в порівнянні з Nd:YAG, значенням коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала. Зокрема, максимуми потужності для Yb:YAG та Nd:YAG реалізуються при  $R_2 \approx 0.02$  та  $0.09$  відповідно, максимуми енергії – при  $R_2 \approx 0.04$  та  $0.08$ . Це обумовлено, очевидно, порівняно низьким значенням показника підсилення  $\sigma_a n_a$  для кристала Yb:YAG.



**Рис. 6.** Залежність енергії від коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала для мікрочіпових Nd:YAG (а) та Yb:YAG (б) лазерів при значеннях поглинутої потужності накачування  $P_a = 0.5$  Вт (1),  $P_a = 3$  Вт (2),  $P_a = 5$  Вт (3).

Збільшення радіуса фокусування від  $r_{p\ opt}$  при фіксованій потужності накачування може привести до суттєвих змін у співвідношенні ефективностей лазерів на основі Nd:YAG та Yb:YAG. На рис. 7 наведено залежності пікової потужності та енергії імпульсу мікрочіпових лазерів на основі Nd:YAG та Yb:YAG від радіуса пучка накачування для значень поглинутої потужності накачування  $P_a = 0.3$  та  $0.5$  Вт. Як видно з рис. 7, при малих значеннях потужності накачування та великих  $r_{p\ opt}$  енергія та пікова потужність в імпульсі лазера на Nd:YAG стає більшою за енергію для лазера на Yb:YAG. Таким чином, ефективність Yb:YAG-генеруючих середовищ, порівняно із Nd:YAG, буде гарантовано виявлятися за умови достатньо високої потужності накачування.



**Рис. 7.** Залежності пікової потужності (а) та енергії (б) в імпульсі мікрочіпового лазера на Nd:YAG (суцільна лінія) та Yb:YAG (штрихова лінія) від радіуса пучка накачування для значень поглинутої потужності накачування  $P_a = 0.3$  Вт (1) та  $P_a = 0.5$  Вт (2).

### Висновки

У роботі розглянуто задачу оптимізації параметрів мікрочіпового лазера із пасивною модуляцією добротності. На основі розв'язання цієї задачі для випадку лазерів на Nd:YAG та Yb:YAG проведено порівняльний аналіз даних генеруючих середовищ.

Показано, що для мікročіпового лазера з модуляцією добротності оптимальною, з точки зору досягнення максимальної енергії в імпульсі, є робота в околі порогу генерації. При цьому умова генерації дає можливість встановити зв'язок між коефіцієнтом відбивання вихідного дзеркала та початковим пропусканням абсорбера. При одному й тому самому значенні початкового пропускання енергія в імпульсі є тим більшою, чим більшою є концентрація іонів  $\text{Cr}^{4+}$  (при відповідно меншій товщині абсорбуючої плівки). Відносне зростання енергії в імпульсі при збільшенні концентрації іонів  $\text{Cr}^{4+}$  від  $10^{17}\text{см}^{-3}$  до  $10^{19}\text{см}^{-3}$  складає  $\sim 13\%$ . Остання величина приблизно відповідає похибці, що виникає при користуванні наближеними виразами для розрахунку енергії та потужності.

Величина енергії та пікової потужності імпульсу лазера з пасивною модуляцією добротності суттєвим чином залежить від розміру пучка накачування (особливо при відносно малій потужності накачування). Максимальні значення енергії (потужності) досягатимуться при деякому оптимальному радіусі пучка накачування, величина якого визначається ефективною потужністю накачування, довжиною активного середовища та максимально можливим значенням інверсії в генеруючому середовищі.

Збільшення ефективної потужності накачування при виконанні умови  $r_p = r_{p \text{ opt}}$  не веде до збільшення енергії та пікової потужності, проте зумовлює зростання частоти повторення імпульсів. Це дає можливість здійснювати керування частотою без зміни параметрів імпульса, що є зручним для реалізації частотної або позиційної імпульсної модуляції. Значення енергії та пікової потужності в імпульсі лазера з пасивною модуляцією добротності слабо залежить (при достатньо великих  $l_a \geq 1$  мм практично не залежить) від довжини генеруючого середовища. Це дозволяє використовувати в якості останнього як монокристали, так і епітаксійні плівки.

Заміна в мікročіповому лазері з модуляцією добротності генеруючого середовища Nd:YAG на Yb:YAG за умови забезпечення оптимального радіуса пучка накачування  $r_p = r_{p \text{ opt}}$  приводить до суттєвого зростання енергії та потужності в лазерному імпульсі. Збільшення радіуса пучка накачування від значення  $r_{p \text{ opt}}$  веде до суттєвих змін у співвідношенні ефективностей лазерів на Nd:YAG та Yb:YAG – при малій потужності накачування та достатньо великому радіусі пучка накачування ( $\sim 200$  мкм) енергія та пікова потужність в імпульсі лазера на Yb:YAG стають нижчими за пікову потужність та енергію лазера на Nd:YAG. Таким чином, ефективність генеруючого середовища Yb:YAG, порівняно із Nd:YAG, буде гарантовано виявлятися за умови достатньо високої потужності накачування.

Величина оптимального радіуса пучка накачування  $r_{p \text{ opt}}$  для генеруючого середовища Yb:YAG є приблизно вдвічі меншою за  $r_{p \text{ opt}}$  для Nd:YAG, що ускладнює забезпечення оптимального фокусування для лазера на Yb:YAG у порівнянні з Nd:YAG. Крім того, лазер на Yb:YAG виявляється більш чутливим до зміни величини радіуса пучка накачування, що обумовлює необхідність використання для накачування такого лазера більш прецизійних оптичних систем.

Робота виконана частково в рамках проектів ДБ “Катіон” та ДК-М/11-2004.

## Література

1. Матковський А.О. Матеріали квантової електроніки. – Львів, 2000.

2. Матковский А.О. и др. Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 3. – 2002. – С. 15.
3. Zayhowski J. Optical materials. – **11**. – 1999. – P. 255.
4. Molva E. Optical materials. – **11**. – 1999. – P. 289.
5. Dascalu T. et al. Optics & Laser Technology. – **29**. – 3. – 1997. – P. 145.
6. Patel F.D. et al. IEEE J. Quantum Electronics. – **37**. – 1. – 2001 – P. 135.
7. Müller V. et al. OSA Trends in Optics and Photonics, Advances in Solid State Lasers. Technical Digest. – **68**. – 2002. – P. MD4.
8. Mierzyk Z. Nieliniowe absorbery. – Warszawa. – 2000.
9. Зверев Г.М. и др. Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом. – Москва, 1985.
10. Убізський С.Б. та ін. Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Серія "Електроніка" (цей випуск).
11. Svelto O. Principles of lasers. New York – London. – 1998.
12. Jun Dong et al. Applied Optics. – **40**. – 24. – 2001. – P. 4303.