

## ПРОСТОРОВО-ЧАСОВЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ СОРТУВАННЯ

© Грига В.М., 2011

**Розглянуто особливості побудови багатотактових алгоритмічних операційних пристроїв сортування чисел на основі просторово-часових графів. Оцінено затрати обладнання та часові характеристики отриманих структур та сфери їх доцільного застосування.**

**Ключові слова: просторово-часове перетворення, алгоритм, сортування.**

**They consider of construction multitact algorithmic operating devices sorting of numbers based time-space graphs. Made estimate costs of equipment and time parameters of the structures obtained and possible scopes of their application were also estimated.**

**Key words: time-space graphs, algorithm, sorting.**

### Вступ

Для проектування універсальних обчислювальних машин математичною основою є теорія абстрактних автоматів (Мілі та Мура), фундаментальним поняттям яких є поняття стану [1]. Це поняття відповідає унікальним діям машини протягом визначеного проміжку часу (синхротакту роботи), а сам абстрактний автомат покликаний забезпечити послідовність у часі переходів з одного стану до іншого для реалізації заданого алгоритму.

Під спеціалізованим підходом необхідно розуміти безпосереднє відображення послідовностей операцій з врахуванням їх залежностей по даних у структуру обчислюючого пристрою. Математичною основою для проектування спеціалізованих обчислювальних пристроїв стала теорія поточкових графів (або графів потоків сигналів), у якій вершинам графів відповідають обчислювальні операції, а дугам – лінії передачі даних для обробки [2,3]. Необхідно відмітити, що поточкові графи дозволяють проектувати спеціалізовані пристрої для класу алгоритмів, структура яких не залежить від вхідних даних. До недоліку поточкових графів необхідно зарахувати бінарність усіх операцій, а також відсутність розрізнення номерів входів до вершин, що не дає змоги створювати ієрархічні вершини з багатьма входами та виходами. Хоча поточкові графи майже тотожно відповідають структурі обчислювального пристрою, проте здебільшого з погляду апаратних ресурсів (розміру кристала інтегральної схеми) або некритичних часових параметрів доцільно реалізувати обчислення декількох операцій (вершин) за допомогою одного обчислювального елемента. Такий процес оптимізації апаратних затрат може відповідати зменшенню ступеня паралелізму або виконанню послідовних у часі операцій за допомогою одного елемента. У цьому разі процес проектування стає неоднозначним, оскільки зникає відповідність між структурою графа алгоритму та структурою обчислювального пристрою. Саме для формалізації такого процесу проектування оптимізованих за апаратними затратами спеціалізованих пристроїв було запропоновано новий клас просторово-часових графів [4].

### Огляд літератури

Сортування є однією з типових проблем обробки даних і зазвичай розуміється, як задача розміщення елементів невпорядкованого набору значень, в порядку зростання або спадання. Відомо багато методів послідовного та паралельного сортування даних. Паралельне виконання операцій алгоритму сортування декількома операційними пристроями одночасно значно прискорює час виконання алгоритму. Серед алгоритмів сортування паралельне виконання операцій можна виконувати

для алгоритмів, в яких послідовність виконуваних операцій залежить тільки від числа вхідних даних і не залежить від значень їхніх ключів (неадаптивні алгоритми). До неадаптивних алгоритмів належать: алгоритм сортування за методом Бетчера [5], алгоритм сортування модифікованим методом "бульбашки" [6] та алгоритм сортування "парно-непарної" перестановки [7]. На рис. 1 зображено потокові графи даних алгоритмів для сортування 8-ми значень в порядку зростання.

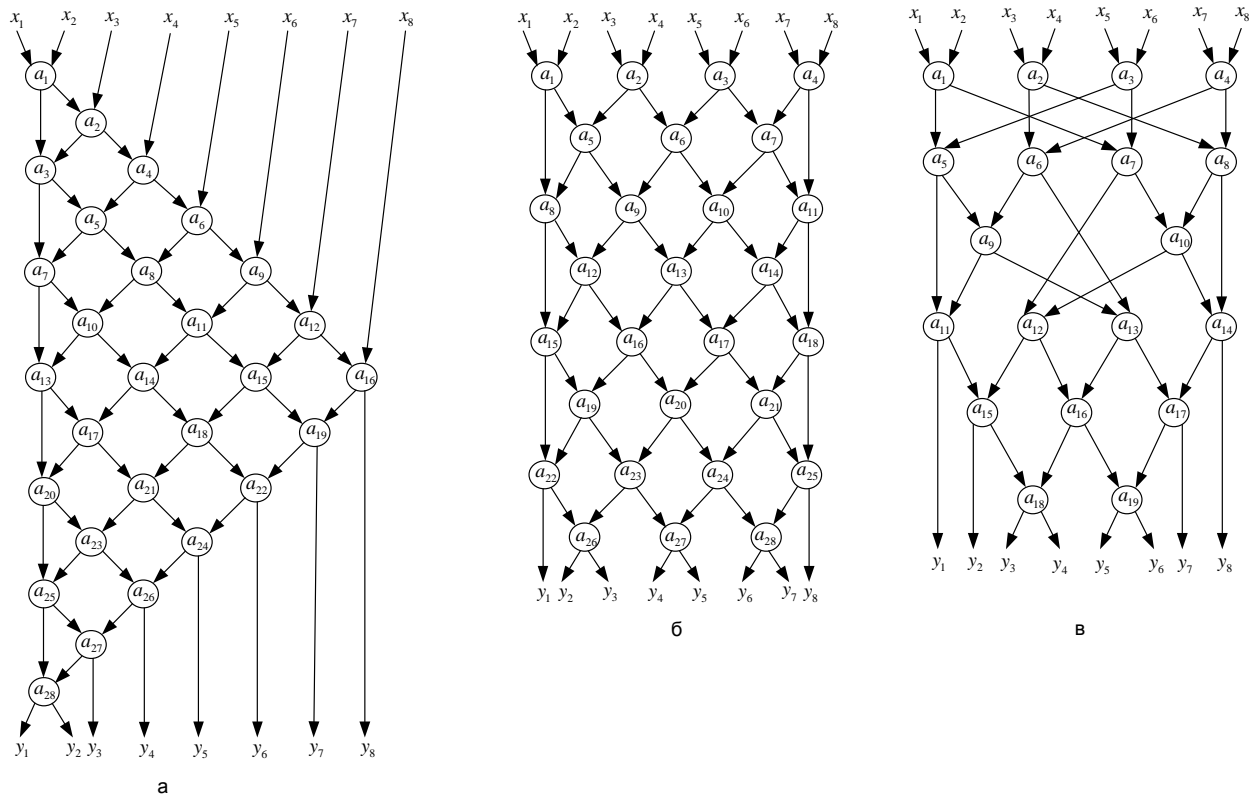


Рис. 1. Алгоритми сортування 8-ми значень: а – ПГА сортування модифікованим методом "бульбашки"; б – ПГА сортування "парно-непарної" перестановки; в – ПГА сортування Бетчера

Ці алгоритми складаються з однотипних операцій "порівняти й переставити", і відрізняються між собою лише порядком порівняння пар. Для однакової кількості вхідних значень  $N$  ці алгоритми мають однакову ширину ПГА –  $N/2$ , але виконують різну кількість операцій та мають різну кількість ярусів. Для алгоритмів сортування за методом "парно-непарної" перестановки та модифікованим методом "бульбашки" для  $N$  вхідних значень кількість операцій становить  $N(N-1)/2$  [3], а для алгоритму сортування за методом Бетчера –  $0,48N \ln^2 N$  [5]. Висота ПГА для цих алгоритмів різна і є найбільшою для модифікованого алгоритму сортування методом "бульбашки" –  $(2N-3)$  [3]. Для алгоритму сортування за методом "парно-непарної" перестановки висота ПГА дорівнює кількості вхідних значень  $N$ , і для алгоритму сортування за методом Бетчера висота є найменшою і становить  $(\frac{1}{2}[\log_2 N](\log_2 N + 1))$  [5].

### Постановка задачі

Оскільки задача сортування чисел є однією з типових проблем обробки даних, то важливим є пошук шляхів розробки ефективних пристроїв сортування на основі просторово-часових графів та знаходження оптимального співвідношення між затратами обладнання та швидкістю цих пристроїв.

**Однотактовий АОП потокового типу.** Апаратне відображення ПГА сортування чисел в однотактовий АОП потокового типу означає послідовне з'єднання блоків, що виконують операцію "порівняти і переставити" відповідно до ПГА сортування чисел. За такого відображення заданий алгоритм виконується над вхідними даними при їх одноразовому проходженні через ОАОП потокового типу. У таблиці подані результати затрат обладнання та часові характеристики ОАОП потокового типу для трьох розглянутих алгоритмів сортування чисел.

**Багатотактовий АОП конвеєрного типу.** Для досягнення більшої продуктивності та пропускної здатності АОП потрібно забезпечити більшу завантаженість блоків АОП. Це досягається суміщенням в часі виконання операторів алгоритму над різними даними, розділивши яруси регістрами, ми отримуємо БАОП сортування чисел конвеєрного типу. Черговий вхідний пакет даних може бути спрямований на вхід БАОП сортування чисел конвеєрного типу через час  $T_{II} = t_{\text{сорт.}}$ , після виконання операцій сортування першого ярусу і подання результату в проміжні регістри. У таблиці подані результати затрат обладнання та часові характеристики БАОП конвеєрного типу для трьох розглянутих алгоритмів сортування чисел.

**Просторово-часовий граф алгоритму.** Під час побудови багатотактових АОП ітераційного, послідовно-ітераційного, послідовного та комбінованого типів застосовують просторово-часові графи [4]. Вихідною точкою для побудови БАОП різних типів для описаних вище паралельних алгоритмів сортування чисел є їхні ПГА. Вершини даних ПГА сортування чисел можна стискати по висоті, ширині, а також і по висоті та ширині до однієї вершини, яка послідовно в часі виконуватиме всі операції алгоритму.

Розглянемо випадок повного стиску (по висоті і ширині) ПГА сортування чисел методом Бетчера. Для цього потрібно побудувати інформаційну матрицю ПГА, враховуючи, що кожна вершина ПГА повинна спрацьовувати в різні моменти часу та здійснити перетворення побудованої матриці в інформаційну матрицю ітераційного ПЧГ алгоритму. На рис. 2 зображено ітераційний просторово-часовий граф сортування чисел методом Бетчера для 16 вхідних значень.

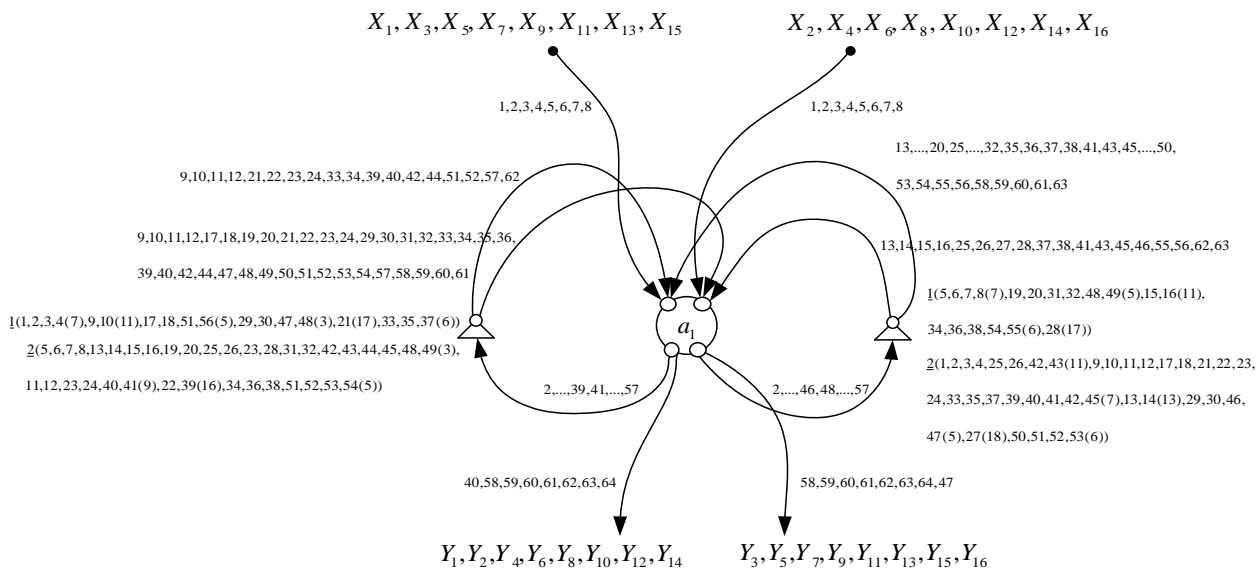


Рис. 2. Ітераційний ПЧГ алгоритму сортування чисел методом Бетчера для 16 вхідних значень.

Цей ПЧГ алгоритму сортування чисел складається з однієї вершини, двох вхідних вузлів, які в відповідні моменти часу (такти) пропускають вхідні дані з вхідних дуг та проміжні результати з обернених дуг на входи вершини, та двох вихідних вузлів, які в відповідні моменти часу видають проміжні результати на обернені дуги і основні результати на вихідні дуги виходів вершини.

Ітераційний ПЧГ має десять дуг (2 вхідні, 6 обернених, 2 вихідні), по яких передаються вхідні дані, проміжні та основні результати в певні моменти часу. Біля кожної дуги записано номери тактів, в яких вона спрацьовує. Трикутні елементи – це елементи затримки даних на відповідну кількість тактів. Одна вершина ПЧГ послідовно в часі виконує всі 63 операції “порівняти і переставити” ПГА.

**Багатотактовий АОП ітераційного типу.** Апаратна реалізація ітераційного ПЧГ сортування чисел методом Бетчера для 16 вхідних значень спрямована на отримання багатотактового АОП ітераційного типу, структура якого зображена на рис. 3.

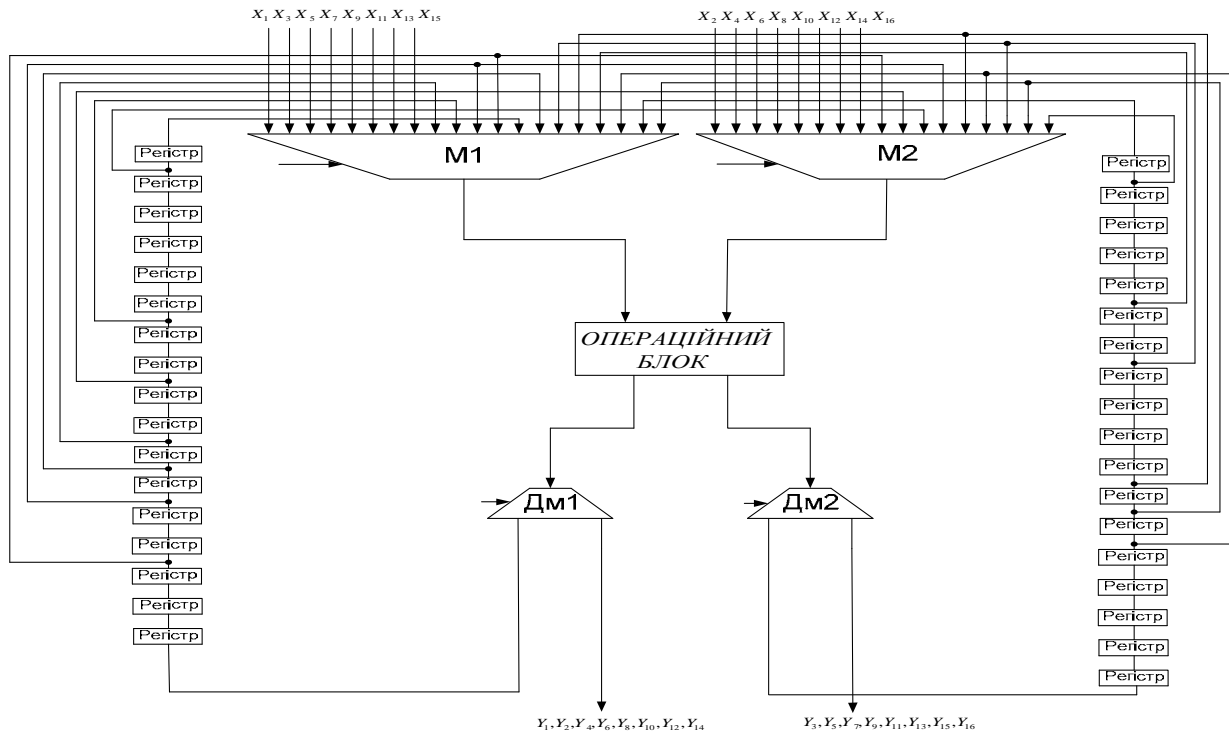


Рис. 3. Структура БАОП ітераційного типу сортування чисел методом Бетчера для 16 значень

Затрати обладнання ( $W_{оп}$ ) на реалізацію БАОП ітераційного типу становлять ( $W_{сорт.} = 1$ ) блок сортування, кількість вхідних регістрів ( $W_{R_{вх.}} = 16 \times n$  -розрядних), кількість проміжних регістрів ( $W_{R_{пр.}} = 76 \times n$  -розрядних), кількість вихідних регістрів ( $W_{R_{вих.}} = 16 \times n$  -розрядних), два мультиплектори (M1, M2), два демультиплектори (ДМ1, ДМ2) та затрати на реалізацію пристрою керування мультиплекторами та демультиплекторами.

Часова затримка та пропускна здатність для цього пристрою є максимальними і дорівнюють  $T_{II} = T_{оп} = 0,48N \ln^2 N \times t_{сорт.}$ , оскільки один блок порівняння і переставлення двох чисел послідовно в часі виконує всі операції алгоритму. Продуктивність БАОП сортування чисел ітераційного типу є обернено пропорційною до часової затримки пристрою та дорівнює

$$P = \frac{1}{0,48N \ln^2 N \times t_{сорт.}}$$

Слід зазначити, що крім повного стиску вершин по ширині та висоті ПГА, можливий стиск вершин по ширині ПГА до максимальної кількості вершин на ярусі графа та стиск вершин по висоті ПГА до однієї вершини на кожному ярусі, в результаті чого можна отримати БАОП послідовно-ітераційного та послідовного типів. Технічні характеристики таких БАОП для досліджуваних паралельних алгоритмів сортування подано в таблиці.

### Технічні характеристики для різних варіантів АОП паралельних алгоритмів сортування 8 чисел

Метод сорт.	№	Тип пристрою	Затрати обладнання, $W_{ОП} = W_{сорт.} + W_{R_{вх.}} + W_{R_{пр.}} + W_{R_{вих.}}$			Часова затримка, $T_{ОП}$	Пропускна здатність, $T_{П}$	Продуктивність, $P$	
			К-ть опер. сорт., $W_{сорт.}$	кількість регістрів					
				вхідних, $W_{R_{вх.}}$	проміжних, $W_{R_{пр.}}$				вихідних, $W_{R_{вих.}}$
Бегчера	1.	ОАОП потокового типу	63	$16 \times n$	–	$16 \times n$	$10 \times t_{сорт.}$	$10 \times t_{сорт.}$	$63/10 \times t_{сорт.}$
	2.	БАОП конвеєрного типу	63	$16 \times n$	$144 \times n$	$16 \times n$	$10 \times t_{сорт.}$	$t_{сорт.}$	$63/t_{сорт.}$
	3.	БАОП ітераційного типу	1	$16 \times n$	$76 \times n$	$16 \times n$	$63 \times t_{сорт.}$	$63 \times t_{сорт.}$	$1/63 \times t_{сорт.}$
	4.	БАОП послідовно-ітераційного типу	8	$16 \times n$	$35 \times n$	$16 \times n$	$11 \times t_{сорт.}$	$11 \times t_{сорт.}$	$63/11 \times t_{сорт.}$
	5.	БАОП послідовного типу	10	$16 \times n$	$91 \times n$	$16 \times n$	$33 \times t_{сорт.}$	$8 \times t_{сорт.}$	$63/33 \times t_{сорт.}$
	6.	БАОП комбінованого типу	20	$16 \times n$	$35 \times n$	$16 \times n$	$19 \times t_{сорт.}$	$4 \times t_{сорт.}$	$63/19 \times t_{сорт.}$
парно-непарної перест.	1.	АОП потокового типу	120	$16 \times n$	–	$16 \times n$	$16 \times t_{сорт.}$	$16 \times t_{сорт.}$	$120/16 \times t_{сорт.}$
	2.	БАОП конвеєрного типу	120	$16 \times n$	$240 \times n$	$16 \times n$	$16 \times t_{сорт.}$	$t_{сорт.}$	$120/t_{сорт.}$
	3.	БАОП ітераційного типу	1	$16 \times n$	$69 \times n$	$16 \times n$	$121 \times t_{сорт.}$	$121 \times t_{сорт.}$	$1/121 \times t_{сорт.}$
	4.	БАОП послідовно-ітераційного типу	8	$16 \times n$	$2 \times n$	$16 \times n$	$17 \times t_{сорт.}$	$17 \times t_{сорт.}$	$120/17 \times t_{сорт.}$
	5.	БАОП послідовного типу	16	$16 \times n$	$73 \times n$	$16 \times n$	$31 \times t_{сорт.}$	$8 \times t_{сорт.}$	$120/31 \times t_{сорт.}$
модифікований "бульбашки"	1.	АОП потокового типу	120	$16 \times n$	–	$16 \times n$	$29 \times t_{сорт.}$	$29 \times t_{сорт.}$	$120/29 \times t_{сорт.}$
	2.	БАОП конвеєрного типу	120	$16 \times n$	$448 \times n$	$16 \times n$	$29 \times t_{сорт.}$	$t_{сорт.}$	$120/t_{сорт.}$
	3.	БАОП ітераційного типу	1	$16 \times n$	$335 \times n$	$16 \times n$	$121 \times t_{сорт.}$	$121 \times t_{сорт.}$	$1/121 \times t_{сорт.}$
	4.	БАОП послідовно-ітераційного типу	8	$16 \times n$	$106 \times n$	$16 \times n$	$30 \times t_{сорт.}$	$30 \times t_{сорт.}$	$120/30 \times t_{сорт.}$
	5.	БАОП послідовного типу	29	$16 \times n$	$158 \times n$	$16 \times n$	$43 \times t_{сорт.}$	$28 \times t_{сорт.}$	$120/43 \times t_{сорт.}$

### Висновки

Отже, проаналізувавши результати технічних характеристик для різних типів АОП паралельних алгоритмів сортування 8 чисел, можна зробити висновок, що найбільшими затрати обладнання є для ОАОП потокового типу та БАОП конвеєрного типу, а найменшими для БАОП ітераційного типу для всіх розглянутих алгоритмів. Часові характеристики найкращі в БАОП конвеєрного типу. БАОП послідовного типу мають доволі низьку пропускну здатність. БАОП послідовно-ітераційного типу мають високу часову затримку порівняно з іншими типами багатотактових пристроїв. Маючи технічні характеристики для різних варіантів АОП, розробник має можливість вибрати АОП, який задовольняє співвідношення між затратами обладнання та продуктивністю АОП.

1. Глушков В.М. Синтез цифрових автоматів. – М.: Физматгиз, 1962. – 234 с. 2. Поспелов Д.А. Введение в вычислительные системы. – М.: Советское радио, 1972. – 323 с. 3. Мельник А.О. Архитектура компьютера. Наукове видання. – Луцьк: Волинська обл. друк., 2008. – 470 с. 4. Ерметов Ю.О. Проектування обчислювальних структур на основі просторово-часових графів // Вісник Хмельницьк. нац. ун-ту № 4. – 2006. – С. 172–177. 5. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 3: Пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 841 с. 6. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ: Пер. с англ. / Под ред. А. Шеня. – М.: МЦНМО: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 960 с. 7. Бройнль Т. Паралельне програмування: Пер. з нім. – К.: ВШ., 1997. – 358с.